УДК 624.074.43

О.В. Игнатьев, В.В. Карпов*, А.А. Семенов*

ФГБОУ ВПО «МГСУ», *ФГБОУ ВПО «СПбГАСУ»

ВАРИАЦИОННО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ВЫБОРА РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ОРТОТРОПНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

Предложено использовать вариационно-параметрический метод рационального выбора кривизны и подкреплений ребрами жесткости, чтобы оболочечная конструкция при заданной нагрузке не теряла устойчивости и прочности. Используемый подход со сменой параметров продолжения решения дает схему метода покоординатного спуска, обеспечивающую сравнительную простоту выбора рационального вида конструкции при заданных нагрузках и ограничениях на ее напряженно-деформированное состояние.

Ключевые слова: оболочка, ортотропия, устойчивость, оптимальное подкрепление, вариационно-параметрический метод, ребра жесткости, покоординатный спуск.

В современном строительстве, а также в судостроении, машиностроении, авиастроении и других областях промышленности большое применение получили конструкции в виде оболочек, в т.ч. ортотропных [1—7]. Для увеличения жесткости они подкрепляются усиливающими элементами (ребрами) [8—11].

При проектировании оболочечных конструкций очень важным является выбор рациональных параметров конструкций [12—13] (рационального размещения ребер, их жесткости, кривизны). Минимизируемой целевой функцией в этой задаче является, как правило, объем материала оболочки. Ограничениями при этом выступают предельные значения уровня напряжений в оболочке и ее устойчивость в целом.

Решение этого рода задач как задач оптимизации традиционными методами нелинейного математического программирования с очень сложной системой ограничений практически невозможно. Как отмечают И.Я. Амиро и В.А. Заруцкий [14], достоверность результатов, получаемых при решении задач оптимизации, требует дальнейших исследований. По их мнению, наиболее достоверны задачи оптимизации в случае выбора лучшего проекта ребристых оболочек из числа однотипных. В связи с этим разработка методов нахождения поправки к напряженно-деформированному состоянию (НДС) конструкций дискретно-переменной толщины находящихся под действием внешней нагрузки при локальном изменении их жесткостных или геометрических (кривизны) характеристик является актуальной. Это позволит в сочетании с хорошо известным методом последовательных нагружений (МПН) разработать схему метода покоординатного спуска, обеспечивающую сравнительную простоту выбора рационального вида конструкции при заданных нагрузках и ограничениях на ее НДС.

Постановка задачи. Целью данной работы является обобщение вариационно-параметрического метода (ВПМ) на задачи выбора рациональных параметров для подкрепленных ортотропных оболочек вращения.

Методика выбора рациональных параметров конструкции. При расчете строительных конструкций в некоторых случаях целесообразно последовательное применение нескольких методов. В частности, при расчете НДС оболочек ступенчато-переменной толщины применение последовательности методов позволяет свести нелинейную задачу к последовательному решению линейных задач. Применение ВПМ [15—17] позволяет решать задачи выбора оптимальных геометрических параметров оболочки (например, жесткость подкреплений оболочки ребрами или ее кривизну).

В задачах статики ВПМ состоит из следующих этапов. К функционалу полной энергии деформации применяется метод Ритца, в результате чего получается система нелинейных алгебраических уравнений. Для решения полученной системы применяется метод продолжения решения по параметру (метод дифференцирования по параметру), в котором на каждом этапе система линейных алгебраических уравнений решается методом Гаусса.

В качестве параметра может быть выбрана нагрузка, жесткость ребер (например, их высота) или кривизна оболочки. Если в процессе применения метода продолжения решения по параметру менять один параметр на другой, то получим схему метода покоординатного спуска, позволяющую решать задачу рационального выбора параметров оболочки (жесткости подкреплений и кривизны) при заданной нагрузке и ограничениях на ее НДС.

Для пологих изотропных оболочек эта методика описана в [15]. Здесь эта методика применяется для ортотропных оболочек вращения, у которых координатная поверхность совпадает со срединной поверхностью оболочки, а оси криволинейных координат x , y направлены по линиям главных кривизн оболочки и ось z направлена по нормали к поверхности.

Применяя гипотезы тонкостенности и учитывая поперечные сдвиги, сведем деформирование трехмерного тела к деформированию двумерного тела. При этом перемещения в слое, отстоящем на расстояние z от срединной поверхности, примут вид

$$U^z = U + z\Psi_x, V^z = V + z\Psi_y, W^z = W,$$

где U , V , W — перемещения точек срединной поверхности вдоль осей x , y , z соответственно; Ψ_x , Ψ_y — углы поворота нормали в плоскостях XOZ , YOZ .

Геометрические соотношения в срединной поверхности оболочки с учетом геометрической нелинейности принимают известный вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{A} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{AB} V \frac{\partial A}{\partial y} - k_x W + \frac{1}{2} \theta_1^2; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{B} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{AB} U \frac{\partial B}{\partial x} - k_y W + \frac{1}{2} \theta_2^2; \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{A} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{1}{AB} U \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{1}{AB} V \frac{\partial B}{\partial x} + \theta_1 \theta_2; \\ \theta_1 &= -\left(\frac{1}{A} \frac{\partial W}{\partial x} + k_x U \right), \quad \theta_2 = -\left(\frac{1}{B} \frac{\partial W}{\partial y} + k_y V \right),\end{aligned}\tag{1}$$

где ε_x , ε_y — деформации удлинения вдоль координат x , y срединной поверхности; γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{yz} — деформации сдвига в плоскостях XOY , XOZ , YOZ ; k_x , k_y —

главные кривизны оболочки вдоль осей x и y ; A, B — параметры Ляме, характеризующие геометрию оболочки.

Для связи деформаций и напряжений используются физические соотношения, которые строятся на основе обобщенного закона Гука. Выразив напряжения через деформации, получим физические соотношения для тонкостенной ортотропной оболочки при линейно-упругом деформировании:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} [\varepsilon_x + \mu_{21}\varepsilon_y + z(\chi_1 + \mu_{21}\chi_2)]; \\ \sigma_y &= \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} [\varepsilon_y + \mu_{12}\varepsilon_x + z(\chi_2 + \mu_{12}\chi_1)]; \\ \tau_{xy} &= G_{12} [\gamma_{xy} + 2z\chi_{12}]; \\ \tau_{xz} &= G_{13}kf(z)(\Psi_x - \theta_1); \quad \tau_{yz} = G_{23}kf(z)(\Psi_y - \theta_2),\end{aligned}\tag{2}$$

где E_1, E_2 — модули упругости в направлениях x, y ; μ_{12}, μ_{21} — коэффициенты Пуассона; G_{12}, G_{13}, G_{23} — модули сдвига в плоскостях XOY, XOZ, YOZ соответственно; $f(z)$ — функция, характеризующая распределение напряжений τ_{xz}, τ_{yz} по толщине оболочки, $k = 5/6$.

Подкрепление тонкостенных конструкций различными жесткостными элементами позволяет существенно улучшить эксплуатационные показатели таких конструкций. Оболочки, подкрепленные ребрами жесткости, теряют устойчивость при нагрузках, в несколько раз больших, чем гладкие. Сфера применения таких оболочек довольно обширна — судостроение, авиастроение, ракетостроение, строительство и т.д. Манипулирование способами подкрепления конструкции позволяет найти оптимальный вариант конструкции.

Наиболее часто ребра располагают вдоль осей локальной системы координат оболочки в одном или двух направлениях. Рассмотрим геометрию подкрепленной оболочки. Ребра прикреплены к оболочке со стороны вогнутости, и направлены вдоль осей x, y (рис.). Высота и расположение ребер задается функцией [15, 18]

$$H(x, y) = \sum_{j=1}^m h^j \bar{\delta}(x - x_j) + \sum_{i=1}^n h^i \bar{\delta}(y - y_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m h^{ij} \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i),$$

где h^j, r_j, m — высота и ширина ребер, параллельных на оси y , и число ребер этого направления; h^i, r_i, n — аналогично для ребер, параллельных оси x ; $h^{ij} = \min\{h^i, h^j\}$; $\bar{\delta}(x - x_j)$ и $\bar{\delta}(y - y_i)$ представляют собой разности двух единичных функций

$$\bar{\delta}(x - x_j) = U(x - a_j) - U(x - b_j); \quad \bar{\delta}(y - y_i) = U(y - c_i) - U(y - d_i),$$

где $a_j = x_j - r_j/2$, $b_j = x_j + r_j/2$, $c_i = y_i - r_i/2$, $d_i = y_i + r_i/2$. Следовательно, толщина всей конструкции равна $h + H$. Для оболочек, часто подкрепленных ребрами, целесообразно использовать метод конструктивной анизотропии.

Вариант метода конструктивной анизотропии для пологих ребристых оболочек, когда ребра расположены регулярно, был разработан О.В. Игнатьевым [15]. А в случае разной жесткости ребер в направлении осей x, y — В.В. Карповым [18]. В данной работе этот метод применяется для расчета подкрепленных ортотропных оболочек. Суть метода конструктивной анизотропии заключается

в сведении оболочки дискретно-переменной толщины к равновеликой ей по жесткости оболочке постоянной толщины, что, при существенном упрощении расчетной схемы, позволяет учитывать сдвиговую и крутильную жесткость ребер.

Получим выражения для усилий и моментов при введении ребер жесткости по методу конструктивной анизотропии. Проинтегрируем напряжения (2) по z в пределах от $-h/2$ до $h/2 + H$. Для подкрепленных оболочек $f(z)$ можно

Задание расположения ребер, параллельных координатным линиям

принять в виде $f(z) = -\frac{6}{(h+H)^2} \left(z + \frac{h}{2} \right) \left(z - \frac{h}{2} - H \right)$, $k = \frac{5}{6}$.

Таким образом, выражения для усилий и моментов примут вид

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[(h + F_x)(\varepsilon_x + \mu_{21}\varepsilon_y) + S_x(\chi_1 + \mu_{21}\chi_2) \right]; \\ N_y &= \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[(h + F_y)(\varepsilon_y + \mu_{12}\varepsilon_x) + S_y(\chi_2 + \mu_{12}\chi_1) \right]; \\ N_{xy} &= G_{12} \left[(h + F_y)\gamma_{xy} + 2S_y\chi_{12} \right], N_{yx} = G_{12} \left[(h + F_x)\gamma_{xy} + 2S_x\chi_{12} \right]; \\ M_x &= \frac{E_1}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[S_x(\varepsilon_x + \mu_{21}\varepsilon_y) + \left(\frac{h^3}{12} + J_x \right) (\chi_1 + \mu_{21}\chi_2) \right]; \\ M_y &= \frac{E_2}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \left[S_y(\varepsilon_y + \mu_{12}\varepsilon_x) + \left(\frac{h^3}{12} + J_y \right) (\chi_2 + \mu_{12}\chi_1) \right]; \\ M_{xy} &= G_{12} \left[S_y\gamma_{xy} + 2 \left(\frac{h^3}{12} + J_y \right) \chi_{12} \right], M_{yx} = G_{12} \left[S_x\gamma_{xy} + 2 \left(\frac{h^3}{12} + J_x \right) \chi_{12} \right]; \\ Q_y &= G_{13}k(h + F_x)(\Psi_x - \theta_1), Q_x = G_{23}k(h + F_y)(\Psi_y - \theta_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где $F_x, F_y, S_x, S_y, J_x, J_y$ — жесткостные характеристики ребер.

Функционал полной энергии деформации оболочки является суммой работ внутренних и внешних сил, после некоторых преобразований, принимает следующий вид [19]:

$$\begin{aligned} &= \frac{E_1}{2(1 - \mu_{12}\mu_{21})} \int_{a_1}^a \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \left\{ a_1 \varepsilon_x^2 + a_2 \varepsilon_y^2 + a_3 \varepsilon_x \varepsilon_y + a_4 \gamma_{xy}^2 + a_5 (\Psi_x - \theta_1)^2 + \right. \\ &+ a_6 (\Psi_y - \theta_2)^2 + a_7 \varepsilon_x \chi_1 + a_8 \varepsilon_x \chi_2 + a_8 \varepsilon_y \chi_1 + a_9 \varepsilon_y \chi_2 + a_{10} \gamma_{xy} \chi_{12} + \\ &+ a_{11} \chi_1^2 + a_{12} \chi_2^2 + a_{13} \chi_1 \chi_2 + a_{14} \chi_{12}^2 - a_{15} q W \} AB dx dy, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= h + F_x, a_2 = \overline{G_2}(h + F_y), a_3 = \mu_{21}(2h + F_x + F_y), a_4 = 0,5\overline{G_{12}}(2h + F_x + F_y), \\ a_5 &= \overline{G_{13}}k(h + F_x), a_6 = \overline{G_{23}}k(h + F_y), a_7 = 2S_x, a_8 = \mu_{21}(S_x + S_y), \\ a_9 &= 2\overline{G_2}S_y, a_{10} = 2\overline{G_{12}}(S_x + S_y), a_{11} = h^3/12 + J_x, a_{12} = \overline{G_2}(h^3/12 + J_y), \\ a_{13} &= \mu_{21}(h^3/6 + J_x + J_y), a_{14} = 2\overline{G_{12}}(h^3/6 + J_x + J_y), a_{15} = 2(1 - \mu_{12}\mu_{21})/E_1; \\ \overline{G_2} &= \frac{E_2}{E_1}, \overline{G_{12}} = \frac{G_{12}(1 - \mu_{12}\mu_{21})}{E_1}, \overline{G_{13}} = \frac{G_{13}(1 - \mu_{12}\mu_{21})}{E_1}, \overline{G_{23}} = \frac{G_{23}(1 - \mu_{12}\mu_{21})}{E_1}. \end{aligned}$$

Для минимизации функционала (4) применяем метод Ритца. Неизвестные функции представляются в виде

$$\begin{aligned} U(x, y) &= \sum_{I=1}^N U(I)Z1(I); V(x, y) = \sum_{I=1}^N V(I)Z2(I); \\ W(x, y) &= \sum_{I=1}^N W(I)Z3(I); \Psi_x(x, y) = \sum_{I=1}^N PS(I)Z4(I); \\ \Psi_y(x, y) &= \sum_{I=1}^N PN(I)Z5(I), \end{aligned} \quad (5)$$

где $U(I), V(I), W(I), PS(I), PN(I)$ — неизвестные числовые коэффициенты; $Z1(I) - Z5(I)$ — известные аппроксимирующие функции аргументов x и y , удовлетворяющие заданным краевым условиям на контуре оболочки; N — количество членов разложения.

Подставив разложения неизвестных функций (5) в функционал (4), найдем производные от функционала по неизвестным числовым параметрам и приравняем их к нулю. В результате получим систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{I=1}^N \left[U(I)C1(I, l) + V(I)C2(I, l) + W(I)C3(I, l) + \right. \\ \left. + PS(I)C4(I, l) + PN(I)C5(I, l) \right] + A_1(l) &= 0; \\ \sum_{I=1}^N \left[U(I)C6(I, l) + V(I)C7(I, l) + W(I)C8(I, l) + \right. \\ \left. + PS(I)C9(I, l) + PN(I)C10(I, l) \right] + A_2(l) &= 0; \\ \sum_{I=1}^N \left[U(I)C11(I, l) + V(I)C12(I, l) + \right. \\ \left. + W(I)C13(I, l) + PS(I)C14(I, l) + \right. \\ \left. + PN(I)C15(I, l) \right] + A_3(l) - CP(l)q &= 0; \\ \sum_{I=1}^N \left[U(I)C16(I, l) + V(I)C17(I, l) + W(I)C18(I, l) + \right. \\ \left. + PS(I)C19(I, l) + PN(I)C20(I, l) \right] + A_4(l) &= 0; \\ \sum_{I=1}^N \left[U(I)C21(I, l) + V(I)C22(I, l) + W(I)C23(I, l) + \right. \\ \left. + PS(I)C24(I, l) + PN(I)C25(I, l) \right] + A_5(l) &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где коэффициенты этой системы представляют собой двойные интегралы от комбинаций входных параметров и аппроксимирующих функций; $A1(l) - A5(l)$ — нелинейные члены системы.

Систему (6) кратко можно записать в виде

$$F(X, P, H, K) = 0, \quad (7)$$

где $X = (U(I), V(I), W(I), PS(I), PN(I))^T$; P — параметр поперечной нагрузки; H — параметр характеризующий жесткость ребер (например, их высоту); K — параметр кривизны.

Будем считать, что для конкретных значений параметров P, H, K известно решение уравнения (7)

$$X(P_0, H_0, K_0) = X_0. \quad (8)$$

Дифференцируя уравнение (7) по P , получим

$$\frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial P} + \frac{\partial F}{\partial P} = 0.$$

Применив для его решения метод Эйлера, получим расчетную схему МПН [20]

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_i, \quad P_{i+1} = P_i + \Delta P_i, \quad (9)$$

где ΔP_i задается, а ΔX_i является решением линейного относительно ΔX_i уравнения

$$F'_X(X_i, P_i, H_0, K_0) \Delta X_i + F'_P(X_i, P_i, H_0, K_0) \Delta P_i = 0. \quad (10)$$

Принимая за параметр H и дифференцируя уравнение (7) по H , получаем расчетную схему метода последовательного наращивания ребер (МПНР)

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_i, \quad H_{i+1} = H_i + \Delta H_i, \quad F'_X(X_i, P_0, H_i, K_0) \times \\ \times \Delta X_i + F'_H(X_i, P_0, H_i, K_0) \Delta H_i = 0. \quad (11)$$

Аналогично, принимая за параметр K , получим после дифференцирования уравнения (7) по K расчетную схему метода последовательного изменения кривизны (МПИК)

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_i, \quad K_{i+1} = K_i + \Delta K_i, \\ F'_X(X_i, P_0, H_0, K_i) \Delta X_i + F'_K(X_i, P_0, H_0, K_i) \Delta K_i = 0. \quad (12)$$

Уравнения МПН, МПНР и МПИК отличаются только вторыми членами. Кроме того, при смене параметра в схеме метода покоординатного спуска выходные данные одного метода будут являться входными для другого.

Выводы. Таким образом, для ортотропных ребристых оболочек вращения при заданном значении нагрузки можно выбрать рациональную жесткость ребер и кривизну, чтобы оболочка не теряла устойчивость и прочность. Данная методика рационального выбора параметров конструкции легко реализуется в программном продукте, так как системы линейных алгебраических уравнений при разных выбранных параметрах отличаются только правыми частями.

Библиографический список

1. Пикун В.В. Современное состояние теории устойчивости оболочек // Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук. 2008. № 3. С. 3—9.
2. Трещев А.А., Шерешевский М.Б. Исследование НДС прямоугольной в плане оболочки положительной гауссовой кривизны из ортотропных материалов с учетом свойств разнсопротивляемости // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Сер.: Строительство и архитектура. 2013. № 31 (50). Ч. 2. С. 414—421.

3. *Karpov V., Semenov A.* Strength and Stability of Orthotropic Shells. World Applied Sciences Journal. 2014. 30 (5). Pp. 617—623. Режим доступа: [http://www.idosi.org/wasj/wasj30\(5\)14/14.pdf](http://www.idosi.org/wasj/wasj30(5)14/14.pdf). Дата обращения: 12.09.2014.
4. *Maksimyyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S.* Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells (review) // International Applied Mechanics. 2012. Vol. 48. No. 6. Pp. 613—687.
5. *Qatu M.S., Sullivan R.W., Wang W.* Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000—2009 // Composite Structures. 2010. Vol. 93. No. 1. Pp. 14—31.
6. *Трушин С.И., Сысоева Е.В., Журавлева Т.А.* Устойчивость нелинейно деформируемых цилиндрических оболочек из композиционного материала при действии неравномерных нагрузок // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2013. № 2. С. 3—10.
7. *Киракосян Р.М.* Об одной уточненной теории гладких ортотропных оболочек переменной толщины // Доклады национальной академии наук Армении. 2011. № 2. С. 148—156.
8. *Антуфьев Б.А.* Локальное деформирование дискретно подкрепленных оболочек М. : Изд-во МАИ, 2013. 182 с.
9. *Москаленко Л.П.* Эффективность подкрепления пологих оболочек ребрами переменной высоты // Вестник гражданских инженеров. 2011. № 3 (28). С. 46—50.
10. *Qu Y., Wu S., Chen Y., Hua H.* Vibration analysis of ring-stiffened conical—cylindrical—spherical shells based on a modified variational approach // International Journal of Mechanical Sciences. April 2013. Vol. 69. Pp. 72—84. Режим доступа: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.01.026/>. Дата обращения: 29.08.2014.
11. *Maksimyyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S.* Nonlinear Deformation of Thin Isotropic and Orthotropic Shells of Revolution with Reinforced Holes and Rigid Inclusions // International Applied Mechanics. 2013. Vol. 49. No. 6. Pp. 685—692.
12. *Lindgaard E., Lund E.* A unified approach to nonlinear buckling optimization of composite structures // Computers & Structures. 2011. Vol. 89. No. 3—4. Pp. 357—370.
13. *Tomás A., Martí P.* Shape and size optimisation of concrete shells // Engineering Structures. 2010. Vol. 32. No. 6. Pp. 1650—1658.
14. *Амиро И.Я., Заруцкий В.А.* Исследования в области устойчивости ребристых оболочек // Прикладная механика. 1983. Т. 19. № 11. С. 3—20.
15. *Игнатъев О.В., Карпов В.В., Филатов В.Н.* Вариационно-параметрический метод в нелинейной теории оболочек ступенчато-переменной толщины. Волгоград : ВолгГАСА, 2001. 210 с.
16. *Bakouline N., Ignatiev O., Karpov V.* Variation parametric research technique of variable by step width shallow shells with finite deflections // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2000. Vol. I. No. 3. Pp. 1—6.
17. *Карпов В.В., Игнатъев О.В.* Метод последовательного изменения кривизны // Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ : межвуз. темат. сб. тр. СПб. : СПбГАСУ, 1996. Вып. 2. С. 131—135.
18. *Карпов В.В.* Прочность и устойчивость подкрепленных оболочек вращения: в 2 ч. Ч. 1: Модели и алгоритмы исследования прочности и устойчивости подкрепленных оболочек. М. : Физматлит, 2010. 288 с.
19. *Карпов В.В., Семенов А.А.* Математическая модель деформирования подкрепленных ортотропных оболочек вращения // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5. С. 100—106.
20. *Петров В.В.* Метод последовательных нагружений в нелинейной теории пластинок и оболочек. Саратов : Изд-во СГУ им. Н.Г. Чернышевского, 1975. 119 с.

Поступила в редакцию в октябре 2014 г.

Об авторах: **Игнатьев Олег Владимирович** — доктор технических наук, профессор, проректор, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, 8 (499) 183-94-82, IgnatyevOV@mgsu.ru;

Карпов Владимир Васильевич — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики и информатики, **Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (ФГБОУ ВПО «СПбГАСУ»)**, 190005, г. Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, д. 4, vvkarpov@lan.spbgasu.ru;

Семенов Алексей Александрович — аспирант, старший преподаватель кафедры прикладной математики и информатики, **Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет (ФГБОУ ВПО «СПбГАСУ»)**, 190005, г. Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, д. 4, sw.semenov@gmail.com.

Для цитирования: *Игнатьев О.В., Карпов В.В., Семенов А.А.* Вариационно-параметрический метод выбора рациональных параметров подкрепленных ортотропных оболочек вращения // Вестник МГСУ. 2014. № 10. С. 24—33.

O.V. Ignat'ev, V.V. Karpov, A.A. Semenov

VARIATION AND PARAMETRIC CHOICE METHOD FOR RATIONAL PARAMETERS OF REINFORCED ORTHOTROPIC ROTATIONAL SHELLS

In the modern construction, shipbuilding, mechanical, aircraft engineering and other fields of industry structures in the form of shells, including orthotropic shells, gained widespread currency. In order to raise their rigidity they are strengthened by reinforcing elements (ribs).

In the process of shell constructions' design the choice of rational construction parameters is very important (rational placement of ribs, their rigidity, curvature). The volume of the shell material is usually a minimalised efficiency function. At that the limit values of stress level in the shell and its stability are the restrictions.

It is proposed to use variation and parametric method for choosing the angle and reinforcements by stiffening plates so that the shell construction would not lose its stability and reliability. The applied method with change of continuation parameters gives a scheme of coordinate-wise incline, which provides relative simplicity of choosing rational construction type in case of the given loads and restrictions on its stress-strain state.

Key words: shell, orthotropy, stability, optimal reinforcement, variational and parametric method, stiffening plates, coordinate-wise incline.

References

1. Pikul' V.V. Sovremennoe sostoyanie teorii ustoychivosti obolochek [The Current State of Shell Stability Theory]. *Vestnik Dal'nevostochnogo otdeleniya Rossiyskoy akademii nauk* [Proceedings of Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences]. 2008, no. 3, pp. 3—9. (in Russian)
2. Treshchev A.A., Shereshevskiy M.B. Issledovanie NDS pryamougol'noy v plane obolochki polozhitel'noy gaussovoy krivizny iz ortotropnykh materialov s uchetom svoystv raznosoprotivlyaemosti [Investigation of Stress-Strain State of a Rectangular-plan Shell of a Positive Gaussian Curvature Made of Orthotropic Materials with Account for Multimodulus Behavior Features]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Seriya Stroitel'stvo i arkhitektura* [Proceedings of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering. Series: Construction and Architecture]. 2013, no. 31 (50), part 2, pp. 414—421. (in Russian)
3. Karpov V., Semenov A. Strength and Stability of Orthotropic Shells. *World Applied Sciences Journal*. 2014, 30 (5), pp. 617—623. Available at: [http://www.idosi.org/wasj/wasj30\(5\)14/14.pdf](http://www.idosi.org/wasj/wasj30(5)14/14.pdf). Date of access: 12.09.2014. DOI: <http://dx.doi.org/10.5829/idosi.wasj.2014.30.05.14064>.

4. Maksimyyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Variational Finite-difference Methods in Linear and Nonlinear Problems of the Deformation of Metallic and Composite Shells (Review). *International Applied Mechanics*. 2012, vol. 48, no. 6, pp. 613—687. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10778-012-0544-8>.
5. Qatu M.S., Sullivan R.W., Wang W. Recent Research Advances on the Dynamic Analysis of Composite Shells: 2000—2009. *Composite Structures*. 2010, vol. 93, no. 1, pp. 14—31. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.05.014>.
6. Trushin S.I., Sysoeva E.V., Zhuravleva T.A. Ustoychivost' nelineynno deformiruemykh tsilindricheskikh obolochek iz kompozitsionnogo materiala pri deystvii neravnomernykh nagruzok [Stability of Nonlinear Deformable Cylindrical Shells Made of Composite Material under Action of Nonuniform Loads]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruktsey i sooruzheniy* [Structural Mechanics of Engineering Structures and Constructions]. 2013, no. 2, pp. 3—10. (in Russian)
7. Kirakosyan R.M. Ob odnoy utochnennoy teorii gladkikh ortotropnykh obolochek peremennoy tolshchiny [On One Improved Theory of Smooth Orthotropic Shells of Variable Thickness]. *Doklady natsional'noy akademii nauk Armenii* [Reports of National Academy of Sciences of Armenia]. 2011, no. 2, pp. 148—156. (in Russian)
8. Antuf'ev B.A. Lokal'noe deformirovanie diskretno podkreplennykh obolochek [Local Deformation of Discretely Reinforced Shells]. Moscow, MAI Publ., 2013, 182 p. (in Russian)
9. Moskalenko L.P. Effektivnost' podkrepleniya pologikh obolochek rebrami peremennoy vysoty [Reinforcement Efficiency of Shallow Shells by Ribs of Variable Height]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov* [Bulletin of Civil Engineers]. 2011, no. 3 (28), pp. 46—50. (in Russian)
10. Qu Y., Wu S., Chen Y., Hua H. Vibration Analysis of Ring-Stiffened Conical—Cylindrical—Spherical Shells Based on a Modified Variational Approach. *International Journal of Mechanical Sciences*. April 2013, vol. 69, pp. 72—84. Available at: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.01.026>. Date of access: 29.08.2014.
11. Maksimyyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Nonlinear Deformation of Thin Isotropic and Orthotropic Shells of Revolution with Reinforced Holes and Rigid Inclusions. *International Applied Mechanics*. 2013, vol. 49, no. 6, pp. 685—692. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10778-013-0602-x>.
12. Lindgaard E., Lund E. A Unified Approach to Nonlinear Buckling Optimization of Composite Structures. *Computers & Structures*. 2011, vol. 89, no. 3—4, pp. 357—370. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruc.2010.11.008>.
13. Tomás A., Martí P. Shape and Size Optimisation of Concrete Shells. *Engineering Structures*. 2010, vol. 32, no. 6, pp. 1650—1658. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.02.013>.
14. Amiro I.Ya., Zarutskiy V.A. Issledovaniya v oblasti ustoychivosti rebristyykh obolochek [Investigations in the Field of Ribbed Shells' Stability]. *Prikladnaya mekhanika* [Applied Mechanics]. 1983, vol. 19, no. 11, pp. 3—20. (in Russian)
15. Ignat'ev O.V., Karpov V.V., Filatov V.N. Variatsionno-parametricheskii metod v nelineynoy teorii obolochek stupenchato-peremennoy tolshchiny [Variational and Parametric Method in Nonlinear Theory of Shells of Step-Variable Thickness]. Volgograd, VolgGASA Publ., 2001, 210 p. (in Russian)
16. Bakouline N., Ignatiev O., Karpov V. Variation Parametric Research Technique of Variable by Step Width Shallow Shells with Finite Deflections. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2000, vol. I, no. 3, pp. 1—6.
17. Karpov V.V., Ignat'ev O.V. Metod posledovatel'nogo izmeneniya krivizny [Method of Consequent Change in Curvature]. *Matematicheskoe modelirovanie, chislennyye metody i komplekсы программ : mezhvuzovskiy tematicheskii sbornik trudov* [Mathematical Modeling, Numerical Methods and Program System]. Saint Petersburg, SPbGASU Publ., 1996, no. 2, pp. 131—135. (in Russian)
18. Karpov V.V. Prochnost' i ustoychivost' podkreplennykh obolochek vrashcheniya: v 2 ch. Ch. 1: Modeli i algoritmy issledovaniya prochnosti i ustoychivosti podkreplennykh obolochek [Stability and Reliability of Reinforced Rotational Shells: in 2 Parts. Part 1: Research Models and Algorithms of Stability and Reliability of Reinforced Shells]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2010, 288 p. (in Russian)

19. Karpov V.V., Semenov A.A. Matematicheskaya model' deformirovaniya podkreplennykh ortotropnykh obolochek vrashcheniya [Mathematical Deformation Model of Reinforced Orthotropic Rotational Shells]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal* [Magazine of Civil Engineering]. 2013, no. 5, pp. 100—106. (in Russian)

20. Petrov V.V. *Metod posledovatel'nykh nagruzheniy v nelineynoy teorii plastinok i obolochek* [Method of Consequent Loadings in Nonlinear Theory of Plates and Shells]. Saratov, SGU im. N.G. Chernyshevskogo Publ., 1975, 119 p. (in Russian)

About the authors: **Ignat'ev Oleg Vladimirovich** — Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice-Rector, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; +7 (499) 183-94-82; IgnatyevOV@mgsu.ru;

Karpov Vladimir Vasil'evich — Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, **Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPSUACE)**, 190005, 4 Vtoraya Krasnoarmeyskaya str., Saint Petersburg, Russian Federation; vvkarpov@lan.spbgasu.ru;

Semenov Aleksey Aleksandrovich — postgraduate student, senior lecturer, Department of Applied Mathematics and Computer Science, **Saint-Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPSUACE)**, 190005, 4 Vtoraya Krasnoarmeyskaya str., Saint Petersburg, Russian Federation; sw.semenov@gmail.com.

For citation: Ignat'ev O.V., Karpov V.V., Semenov A.A. Variatsionno-parametricheskiy metod vybora ratsional'nykh parametrov podkreplennykh ortotropnykh obolochek vrashcheniya [Variation and Parametric Choice Method for Rational Parameters of Reinforced Orthotropic Rotational Shells]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2014, no. 10, pp. 24—33. (in Russian)