ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

УДК 624.073.2:517.962

В.И. Андреев, Е.В. Барменкова, А.В. Матвеева
ФГБОУ ВПО «МГСУ»

РАСЧЕТ ПЛИТ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Предложен и описан расчет плит на упругом основании как двухслойных, так и однослойных. Расчет основан на решении дифференциального уравнения изгиба плиты методом конечных разностей. Результаты расчета сравниваются с численным решением в программном комплексе. Показано процентное значение расхождения значений в зависимости от способа разбиения или способа решения.

Ключевые слова: метод конечных разностей, метод коллокаций, многослойные конструкции, плита, упругое основание.

Рассматривается задача, когда фундаментная плита и конструкция представляют собой плиты, деформирующиеся совместно, что, по сути, соответствует задаче изгиба двухслойной плиты на упругом основании [1, 2].

В общепринятой (традиционной) постановке решения данной задачи однослойная плита нагружается равномерно распределенной нагрузкой q , которая приводится к верхней поверхности плиты (рис. 1, *а*). В этом случае равномерно распределенная нагрузка q включает в себя вес конструкции и вес самой фундаментной плиты. В статье рассмотрен расчет двухслойной плиты, которая смоделирована таким образом, что нижний слой (a, b, h_1, E_1, ν) соответствует фундаменту, а верхний (a, b, h_2, E_2, ν) — конструкции, с учетом собственного веса каждого слоя (γ_1, γ_2) (рис. 1, *б*). В случае двухслойной плиты для нахождения решения задачи необходимо будет решить уравнение изгиба плиты, которое по структуре близко к традиционному, но все таки дает другие результаты. Различные способы моделирования системы здание — фундамент — основание также рассмотрены в [3—8].

Аналогично двухслойной балке [9] на упругом основании выводится уравнение изгиба для двухслойной плиты, используя дифференциальное уравнение равновесия, допущения технической теории изгиба, согласно которым линейный элемент при изгибе остается прямым и перпендикулярным к изогнутой срединной поверхности, обобщенный закон Гука и граничные условия. Вывод дифференциального уравнения изгиба двухслойной плиты, лежащей на упругом винклеровском основании, приводится в [10]:

$$\frac{[EI]_i}{(1-\nu^2)} \nabla^2 \nabla^2 w + C_1 w = q,$$

где $q = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2$; $[EI]_i$ — приведенная жесткость, определяемая равенством $[EI]_i = E_1 I_1 + E_2 I_2$.

Рис. 1. Расчетная схема однослойной (а) и двухслойной плиты (б, в) на упругом основании

Задача решается методом конечных разностей [11—14]. При решении задач конечно-разностные операторы производных подставляются в дифференциальное уравнение, которое должно удовлетворяться в каждом узле сетки, а также на границе. Такой прием в математике называется методом коллокаций [15—20]. Используя приближенные формулы для производных в точке, решается дифференциальное уравнение изгиба плиты методом конечных разностей.

Решим задачу изгиба двухслойной плиты переменной жесткости на упругом винклеровском основании с нижеприведенными характеристиками: $C_1 = 10000$ кН/м³, $\nu = 0,2$, $a_1 = b_1 = 30$ м, $h_1 = 1$ м, $E_1 = 10^7$ кПа, $\gamma_1 = 25$ кН/м³; в центре плиты: $a_2 = b_2 = 15$ м, $h_2 = 5$ м, $E_2 = 10^6$ кПа, $\gamma_2 = 2,5$ кН/м³; в остальной части плиты: $h_2 = 0$, $E_2 = 0$, $\gamma_2 = 0$ (рис. 2). Все границы плиты свободны от закрепления.

Рис. 2. Схема разбиения плиты

При решении задачи однослойная и двухслойная плиты разбиваются на 16 частей (4×4) (см. рис. 2, а) и на 64 части (8×8) (см. рис. 2, б), при этом в силу симметрии относительно осей Ox и Oy , рассматривается лишь четверть плиты.

Эпюры прогибов w , изгибающих моментов M_x и поперечных сил Q_x приведены на рис. 3. Эпюры прогибов w построены в точках, находящихся на диагонали плиты, т.е. для плиты с разбиением 4×4 в точках 1—4—6, а для плиты с разбиением 8×8 — в точках 1—6—10—13—15 (рис. 3, а). И в точках, находящихся на оси симметрии плиты для разбиения 4×4 — в точках 3—5—6, и для разбиения 8×8 — в точках 5—9—12—14—15 (рис. 3, б). Эпюры прогибов w не построены в точках, находящихся на границе плиты, в связи с тем, что значения во всех точках приблизительно равны 2,5 мм. Аналогично построены эпюры для изгибающих моментов M_x (рис. 3, в, г) и поперечных сил Q_x (рис. 3, д, е). Эпюры M_x и Q_x не приведены на границе плиты, так как имеют нулевые значения.

Рис. 3. Эпюры прогибов w в диагональном сечении (а) и сечении, проходящем через ось Ox (б); изгибающих моментов M_x в диагональном сечении (в) и сечении, проходящем через ось Ox (г); поперечных сил Q_x в диагональном сечении (д) и сечении, проходящем через ось Ox (е); обозначения эпюр: ---- — модель однослойной плиты с разбиением 4×4 ; — — — модель двухслойной плиты с разбиением 4×4 ; - · - · - модель однослойной плиты с разбиением 8×8 ; ····· — модель двухслойной плиты с разбиением 8×8

Численно задача также решалась с применением программного комплекса SCAD. Модель плиты в SCAD соответствует однослойной плите, которая нагружена равномерно распределительной нагрузкой q , при этом вес конструкции и вес самой плиты приводятся к верхней плоскости. Данная модель плиты в SCAD решается методом конечных элементов. Плита разбивается на 16 частей (4×4), на 64 части (8×8) и на 256 частей (16×16). Полученные результаты показаны в таблице.

Результаты расчета плиты

Схема разбиения плиты	Расчетная модель	Максимальное значение вертикальных перемещений, мм	Максимальное значение изгибающих моментов, кНм/м	Максимальное значение поперечных сил, кН/м
4×4	Однослойная плита	3,02	15,43	1,87
	Двухслойная плита	2,6	44,31	5,37
	SCAD	3,29	15,8	1,3
8×8	Однослойная плита	3,14	16,89	4,32
	Двухслойная плита	2,62	54,59	13,65
	SCAD	3,27	14,9	3,5
16×16	Однослойная плита	3,31	9,95	5,09
	Двухслойная плита	2,77	76,53	25,73
	SCAD	3,27	13,3	5,6

Расхождение значений для однослойной плиты $w_{\max}$, полученных методом конечных разностей и методом конечных элементов в программном комплексе SCAD, при разбиении плиты 4×4 составляет 8,2 %, при разбиении плиты 8×8 — 4 %, а при разбиении плиты 16×16 — 1,2 %. Следовательно, с увеличением количества элементов расхождение значений $w_{\max}$ уменьшается. Расхождение значений для однослойной плиты $M_{x_{\max}}$, полученных методом конечных разностей и методом конечных элементов в программном комплексе SCAD, при разбиении плиты 4×4 составляет 2,3 %, при разбиении 8×8 составляет 11,7 %, а при разбиении 16×16 — –25 %. Следовательно, точность решения ухудшается. Расхождение значений для однослойной плиты $Q_{x_{\max}}$, полученных методом конечных разностей и методом конечных элементов в программном комплексе SCAD, при разбиении плиты 4×4 составляет 72 %, при разбиении плиты 8×8 — 19 %, а при разбиении 16×16 — 9 %. При этом значение $Q_{x_{\max}}$ значительно увеличивается с увеличением количества элементов. Из всего вышеуказанного следует, что для нахождения наиболее точного решения необходимо использовать разбиение плиты 8×8 .

Зная значения внутренних усилий, можно определить напряжения, согласно формулам, приведенным в [8]. На рис. 4. представлены эпюры нормальных σ_x и σ_z (рис. 4, а, б) и касательных τ_{xy} (рис. 4, в) напряжений, построенные на основе полученных внутренних усилий в результате расчета однослойной (традиционная постановка задачи) и двухслойной модели (совместный расчет) плиты методом конечных разностей (разбиение 8×8).

Рис. 4. Эпюры нормальных σ_x (а), σ_z (б) и касательных τ_{xy} (в) напряжений: ---•--- модель однослойной плиты; — модель двухслойной плиты

Выводы. При рассмотрении задачи в общепринятой постановке в плите изгибается только нижний слой, при анализе же плиты, в которой учитывается собственный вес слоев, оба слоя деформируются совместно. Также при рассмотрении двухслойной плиты нейтральный слой смещается в сторону верхнего слоя, следовательно вся фундаментная плита может находиться в условиях растяжения.

При рассмотрении двухслойной плиты надфундаментная конструкция принимает на себя часть от общего изгиба, что позволяет уменьшить изгиб самой фундаментной плиты.

Напряжения σ_x (σ_y), возникающие в фундаментной плите в результате совместного расчета (двухслойная модель), значительно меньше напряжений, полученных при решении задачи в традиционной постановке (однослойная модель), в связи с существенно отличающейся изгибной жесткостью двухслойной плиты от изгибной жесткости однослойной.

В двухслойной плите эпюры напряжений σ_z отличаются от напряжений в однослойной плите как по численным значениям, так и по характеру эпюры.

При сравнении результатов аналитического и численного расчетов полученные значения в целом имеют незначительные расхождения. Таким образом, существует возможность проведения совместного расчета системы здание — фундамент — основание методом конечных разностей с использованием модели двухслойной плиты на упругом основании.

Библиографический список

1. Юрьев А.Г., Рубанов В.Г., Горшков А.С. Расчет многослойных плит на упругом основании // Вестник Белгородского государственного технического университета им. В.Г. Шухова. 2007. № 1. С. 51—59.
2. Матвеев С.А. Моделирование и расчет многослойной армированной плиты на упругом основании // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3. С. 29—34.
3. Гусев Г.Н., Ташикин А.А. Математическое моделирование систем «здание — фундамент — грунтовое основание» // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2012. № 4 (29). С. 222—226.
4. Иванов М.Л. Математическая модель для прочностного анализа пространственной системы «здание — фундамент — основание» // Наука и современность. 2010. № 5-2. С. 225—229.
5. Кашеварова Г.Г., Труфанов Н.А. Численное моделирование процессов деформирования и разрушения зданий в системе «здание — фундамент — основание» // Известия вузов. Строительство. 2005. № 10. С. 4—10.
6. Лучкин М.А. Учет развития деформаций основания во времени при совместном расчете системы основание — фундамент — здание // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2006. №. 2 (7). С. 39—47.
7. Барвашов В.А., Болтянский Е.З., Чинилин Ю.Ю. Исследование поведения системы основание — фундамент — верхнее строение методами математического моделирования на ЭВМ // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1990. № 6. С. 21—22.
8. Мангушев Р.А., Сахаров И.И., Конюшков В.В., Ланько С.В. Сравнительный анализ численного моделирования системы «здание — фундамент — основание» в программных комплексах Scad и Plaxis // Вестник гражданских инженеров. 2010. № 3. С. 96—101.
9. Андреев В.И., Барменкова Е.В. Об изгибе составной балки на упругом основании // Фундаментальные исследования РААСН в 2009 г. 2010. Т. 2. С. 74—79.
10. Андреев В.И., Барменкова Е.В. Расчет двухслойной плиты на упругом основании с учетом собственного веса // Теоретические основы строительства : тр. XIX Росс.-пол.-слов. семинара. Жилина, 2010. С. 39—44.
11. Габбасов Р.Ф., Уварова Н.Б. Применение обобщенных уравнений метода конечных разностей к расчету плит на упругом основании // Вестник МГСУ. 2012. № 4. С. 102—107.
12. Cheng C.N. Solution of anisotropic nonuniform plate problems by the differential quadrature finite difference method // Computational mechanics. 2000. Vol. 26. No. 3. Pp. 273—280.
13. Kim C.K., Hwang M.H. Non-linear analysis of skew thin plate by finite difference method // Journal of mechanical science and technology. 2012. Vol. 26. No. 4. Pp. 1127—1132.
14. Krys'ko V.A., Krys'ko A.V., Babenkova T.V. The stress of multilayered physically nonlinear plates // International applied mechanics. 2001. Vol. 37. No. 9. Pp. 1204—1209.
15. Wen P.H. The fundamental solution of mindlin plates resting on an elastic foundation in the Laplace domain and its application // International journal of solids and structures. 2008. Vol. 45. No. 3. Pp. 1032—1050.
16. Chen W.L., Striz A.G., Bert C.W. High-accuracy plane stress and plate elements in the quadrature element method // International journal of solids and structures. 2000. Vol. 37. No. 4. Pp. 627—647.
17. Aizikovitch S., Vasiliev A., Trubchik I., Evich L., Ambalova E., Sevostianov I. Analytical solution for the bending of a plate on a functionally graded layer of complex structure // Advanced structured materials. 2011. Vol. 15. Pp. 15—28.

18. Голушко С.К., Идимешев С.В., Шанеев В.П. Метод коллокаций и наименьших невязок в приложении к задачам механики изотропных пластин // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18. № 6. С. 31—43.

19. Идимешев С.В. Расчет напряженно-деформированного состояния изотропных прямоугольных пластин на упругом основании // Известия Алтайского государственного университета. 2014. Т. 1. № 1 (81). С. 53—56.

20. Исаев В.И., Шанеев В.П. Развитие метода коллокаций и наименьших квадратов // Труды Института математики и механики. 2008. Т. 14. № 1. С. 41—60.

Поступила в редакцию в ноябре 2014 г.

Об авторах: **Андреев Владимир Игоревич** — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, asv@mgsu.ru;

Барменкова Елена Вячеславовна — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры сопротивления материалов, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, elena_yurs@mail.ru;

Матвеева Алена Владимировна — аспирант кафедры сопротивления материалов, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, malina89.89@mail.ru.

Для цитирования: *Андреев В.И., Барменкова Е.В., Матвеева А.В. Расчет плит переменной жесткости на упругом основании методом конечных разностей // Вестник МГСУ. 2014. № 12. С. 31—39.*

A.V. Andreev, E.V. Barmenkova, A.V. Matveeva

CALCULATION OF PLATES WITH VARIABLE RIGIDITY ON ELASTIC BASIS BY FINITE DIFFERENCE METHOD

The article describes the calculation of plates on the elastic basis, both two-layer and single-layer. The calculation is based on the solution of the differential equation of bending plate by finite difference method. The calculation results are compared with the numerical solution in the program complex. The percentage of differences of values depending on the method of division or method of solving is shown. We considered a problem when a foundation plate and a construction are plates, which are deformed together, that, in fact, corresponds to the problem of bending a two-layer plate on elastic basis. In case of a two-layer plate in order to find the solution of the problem we need to solve the equation of bending of plates that are structurally similar to the traditional, but still give different results. In solving finite difference operators derivatives are substituted into differential equation which must be in accordance with each grid point, as well as at the border. If we consider the problem in the conventional formulation, only the lower layer is bended in the plate; the analysis of the plate, which takes into account the weight of its own layers, both layers are deformed together. Also when considering a two-layer plate, the neutral layer is deposed away from the upper layer, consequently, the whole foundation plate may be in the condition of stretching. When comparing the results of analytical and numerical calculations of the values obtained in general there are little discrepancies. Thus, there is the possibility of holding combined calculation of the "structure-foundation-base system" by finite difference method using a two-layer model of a plate on elastic basis.

Key words: finite difference method, collocation method, multilayer structures, plate, elastic foundation.

References

1. Yur'ev A.G., Rubanov V.G., Gorshkov A.S. Raschet mnogosloynnykh plit na uprugom osnovanii [Calculation of Multilayered Plates on Elastic Basis]. *Vestnik Belgorodskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. V.G. Shukhova* [Proceedings of Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov]. 2007, no. 1, pp. 51—59. (In Russian)
2. Matveev S.A. Modelirovanie i raschet mnogosloynnoy armirovannoy plity na uprugom osnovanii [Modeling and Calculation of a Multilayer Reinforced Plate on Elastic Foundation]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural Mechanics and Calculation of Structures]. 2012, no. 3, pp. 29—34. (In Russian)
3. Gusev G.N., Tashkinov A.A. Matematicheskoe modelirovanie sistem «zdanie — fundament — gruntovoe osnovanie» [Mathematical Modeling of the Systems "Structure — Foundation — Soil Base"]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki* [Proceedings of Samara State Technical University. Series: Physical and Mathematical Sciences]. 2012, no. 4 (29), pp. 222—226. (In Russian)
4. Ivanov M.L. Matematicheskaya model' dlya prochnostnogo analiza prostranstvennoy sistemy «zdanie — fundament — osnovanie» [Mathematical Model For The Structural Analysis Of The Spatial System "Building — Foundation — Base"]. *Nauka i sovremennost'* [Science and Modernity]. 2010, no. 5-2, pp. 225—229. (In Russian)
5. Kashevarova G.G., Trufanov N.A. Chislennoe modelirovanie protsessov deformirovaniya i razrusheniya zdaniy v sisteme «zdanie — fundament — osnovanie» [Numerical Modeling of Deformation and Destruction Processes of the Buildings in the System "Building — Foundation — Base"]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo* [News of Institutions of Higher Education. Construction]. 2005, no. 10, pp. 4—10. (In Russian)
6. Luchkin M.A. Uchet razvitiya deformatsiy osnovaniya vo vremeni pri sovmestnom raschete sistemy osnovanie — fundament — zdanie [Accounting for the Development of Deformations in the Basis in Time at Joint Calculation of the System Base — Foundation — Building]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putey soobshcheniya* [News of the Petersburg State Transport University]. 2006, no. 2 (7), pp. 39—47. (In Russian)
7. Barvashov V.A., Boltyanskiy E.Z., Chinilin Yu.Yu. Issledovanie povedeniya sistemy osnovanie — fundament — verkhnee stroenie metodami matematicheskogo modelirovaniya na EVM [Research of the Behavior of the System Base — Foundation — the Top Structure by the Methods of Mathematical Modeling on the Computer]. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov* [Bases, Foundations and Soil Mechanics]. 1990, no. 6, pp. 21—22. (In Russian)
8. Mangushev R.A., Sakharov I.I., Konyushkov V.V., Lan'ko S.V. Sravnitel'nyy analiz chislennogo modelirovaniya sistemy «zdanie — fundament — osnovanie» v programmnykh kompleksakh Scad i Plaxis [Comparative Analysis of Numerical Simulation of the System "Building — Foundation — Base" in the Program Complexes Scad and Plaxis]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov* [Proceedings of the Civil Engineers]. 2010, no. 3, pp. 96—101. (In Russian)
9. Andreev V.I., Barmenkova E.V. Ob izgibe sostavnoy balki na uprugom osnovanii [On Bending of a Composite Beam on Elastic Foundation]. *Fundamental'nye issledovaniya RAASN v 2009 godu* [Fundamental Research the RAACS in 2009]. 2010, vol. 2, pp. 74—79. (In Russian)
10. Andreev V.I., Barmenkova E.V. Raschet dvukhsloynnoy plity na uprugom osnovanii s uchetoм sobstvennogo vesa [Calculation of a Two-layer Plate on Elastic Foundation Considering its Own Weight]. *Teoreticheskie osnovy stroitel'stva : trudy 19 Rossiysko-pol'sko-slovatskogo seminar* [Proceedings of the 19th Russian-Polish-Slovak seminar "Theoretical Foundations of Construction"]. Zhilina, 2010, pp. 39—44. (In Russian)
11. Gabbasov R.F., Uvarova N.B. Primenenie obobshchennykh uravneniy metoda konechnykh raznostey k raschetu plit na uprugom osnovanii [Application of Generalized Equations of the Finite Difference Method as part of the Analysis of Slabs Resting on Elastic Foundations]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2012, no. 4, pp. 102—107. (In Russian)
12. Cheng C.N. Solution of Anisotropic Nonuniform Plate Problems by the Differential Quadrature Finite Difference Method. *Computational mechanics*. 2000, vol. 26, no. 3, pp. 273—280. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s004660000152>.

13. Kim C.K., Hwang M.H. Non-Linear Analysis of Skew Thin Plate by Finite Difference Method. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2012, vol. 26, no. 4, pp. 1127—1132. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s12206-012-0226-9>.

14. Krysko V.A., Krysko A.V., Babenkova T.V. The Stress of Multilayered Physically Non-linear Plates. *International Applied Mechanics*. 2001, vol. 37, no. 9, pp. 1204—1209. DOI: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1013242717789>.

15. Wen P.H. The Fundamental Solution of Mindlin Plates Resting on an Elastic Foundation in the Laplace Domain and its Application. *International Journal of Solids and Structures*. 2008, vol. 45, no. 3, pp. 1032—1050. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.09.020>.

16. Chen W.L., Striz A.G., Bert C.W. High-accuracy Plane Stress and Plate Elements in the Quadrature Element Method. *International Journal of Solids and Structures*. 2000, vol. 37, no. 4, pp. 627—647. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683\(99\)00028-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683(99)00028-1).

17. Aizikov S., Vasiliev A., Trubchik I., Evich L., Ambalova E., Sevostianov I. Analytical Solution for the Bending of a Plate on a Functionally Graded Layer of Complex Structure. *Advanced Structured Materials*. 2011, vol. 15, pp. 15—28. DOI: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-21855-2_2.

18. Golushko S.K., Idimeshev S.V., Shapeev V.P. Metod kollokatsiy i naimen'shikh navyazok v prilozhenii k zadacham mekhaniki izotropnykh plastin [Collocation and Least Residuals Method as Applied to the Mechanics of Isotropic Plates]. *Vychislitel'nye tekhnologii* [Computational Technologies]. 2013, vol. 18, no. 6, pp. 31—43. (In Russian)

19. Idimeshev S.V. Raschet napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya izotropnykh pryamougol'nykh plastin na uprugom osnovanii [Calculation of Stress-Strain State of Isotropic Rectangular Plates on Elastic Foundation]. *Izvestiya Altayskogo gosudarstvennogo universiteta* [The News of Altai State University]. 2014, vol. 1, no. 1 (81), pp. 53—56. (In Russian)

20. Isaev V.I., Shapeev V.P. Razvitie metoda kollokatsiy i naimen'shikh kvadratov [Development of Collocations and Least Squares Method]. *Trudy Instituta matematiki i mekhaniki* [Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics]. 2008, vol. 14, no. 1, pp. 41—60. (In Russian)

About the authors: **Andreev Vladimir Igorevich** — Doctor of Technical Sciences, Professor, Chair, Department of Strength of Materials, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; asv@mgsu.ru;

Barmenkova Elena Vyacheslavovna — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Strength of Materials, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; elena_yurs@mail.ru;

Matveeva Alena Vladimirovna — postgraduate student, Department of Strength of Materials, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; malina89.89@mail.ru.

For citation: Andreev V.I., Barmenkova E.V., Matveeva A.V. Raschet plit peremennoy zhestkosti na uprugom osnovanii metodom konechnykh raznostey [Calculation of Plates with Variable Rigidity on Elastic Basis by Finite Difference Method]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2014, no. 12, pp. 31—39. (In Russian)