УДК 691.615.7:519.6

А.А. Плотников, П.В. Стратий
ФБГОУ ВПО «МГСУ»

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПРОГИБОВ СТЕКОЛ ГЕРМЕТИЧНОГО СТЕКЛОПАКЕТА ОТ КЛИМАТИЧЕСКОЙ (ВНУТРЕННЕЙ) НАГРУЗКИ

Показано действие на стеклопакеты специфической нагрузки — внутренней (или климатической). Отмечена причина образования нагрузки, отличия ее от иных известных нагрузок. Определены два типа работы стеклопакета под данной нагрузкой. Описана методика, основанная на аналитических формулах теории сопротивления материалов и законе идеального газа, сформированных в алгоритм с итерационным циклом вычисления. Методика реализована в компьютерной вычислительной программе.

Ключевые слова: стеклопакет, стекло, внутренняя нагрузка, климатическая нагрузка, линзование, алгоритм, итерационный цикл.

Стеклопакет представляет собой стекла, герметично соединенные между собой. Между стеклами находится загерметизированный воздух (или специальный инертный газ). Под термином «климатическая» или «внутренняя нагрузка» (в англ. источниках — climate(ic) load или internal load) [1] в стеклопакетах понимается давление, возникающее в замкнутом объеме газа при его нагревании/охлаждении или изменении атмосферного давления.

Это давление действует на стекла стеклопакета, деформирует их (линзование стеклопакетов) (рис. 1) [2], снижает теплотехнические качества стеклопакетов [3] и может привести к их разрушению [4, 5] (рис. 2). Действие внутренней нагрузки можно наблюдать повсеместно как выгнутые или вогнутые стекла стеклопакетов, что нарушает архитектурный облик зданий [6, 7].

Рис. 1. Видимые оптические искажения — деформации стекол стеклопакетов от климатической нагрузки. ММДЦ Москва-Сити, г. Москва, 2014

Рис. 2. Множественные разрушения стеклопакетов. Светопрозрачная кровля ТРЦ «Афимолл Сити». г. Москва, 2014

Возникновение и характер действия внутренней нагрузки. На производстве внутри стеклопакета герметизируется обычный воздух с атмосферным давлением и температурой. При эксплуатации атмосферное давление все время изменяется, в то время как внутри давление остается постоянным (при постоянной температуре). За счет разницы давлений снаружи и изнутри стеклопакета возникает нагрузка, деформирующая стекла [8—10]. А также при изменении температуры (при постоянном давлении) — при нагревании внутреннее давление возрастает, стеклопакет «раздувается» изнутри, при охлаждении внутреннее давление снижается, и стеклопакет может «схлопнуться» [11—14]. При совокупности факторов внутренняя нагрузка в условиях г. Москвы может достигать 33,7 кПа в зимний период и 20,8 кПа в летний [15].

Очевидно, только классическими методами теории сопротивления материалов рассчитывать тонкие стеклянные пластины на такую нагрузку не правильно [16, 17]. В данном случае необходима специальная методика расчета [18—22].

Рассмотрим принцип работы стеклопакета под климатической нагрузкой. С момента герметизации внутренняя нагрузка оказывает давление на стекла и деформирует их. По мере деформаций стекол происходит изменение внутреннего объема. Изменение внутреннего объема связано с внутренним давлением и описывается уравнением Менделеева — Клапейрона:

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \text{const}, \quad (1)$$

где P_0 и P_1 — начальное и конечное давления газа; V_0 и V_1 — начальный и конечный объемы газа; T_0 и T_1 — начальная и конечная температуры газа.

Поскольку при изменении объема и давления в данном случае температура изменяется незначительно, то можно считать температуру T константой. Следовательно, при увеличении внутреннего объема снижается внутреннее давление. То есть наличие деформаций влияет на величину нагрузки. Нагрузка воспринимается одновременно двумя способами. Часть нагрузки воспринимается за счет сопротивления стекол деформациям, а часть компенсируется за счет изменения объема газа при деформациях стекол. В отличие от традиционных расчетов балок и плит, где действующая нагрузка после деформации конструкции не «исчезает», в стеклопакетах климатическая (внутренняя) нагрузка компенсируется изменением объема и изменяется по величине.

Алгоритм решения. Чтобы рассчитать прогибы стекол, нужно определить какая часть внутренней нагрузки будет компенсироваться, а какая восприниматься непосредственно стеклами.

Для этого как идеальные модели рассмотрим два крайних случая — если внутренняя нагрузка полностью воспринимается за счет работы стекол (при идеально жестких стеклах) и если внутренняя нагрузка полностью воспринимается за счет компенсации при изменении объема (при идеально гибких стеклах). Реальный случай будет рассчитан как промежуточное состояние между данными идеальными моделями.

Согласно первой модели, допустим, есть некоторая внутренняя нагрузка q , действующая изнутри на стекла пакета. Учитывая, что объем стеклопакета в данном случае неизменен, внутренняя нагрузка q будет соответствовать полной разнице между атмосферным давлением и давлением внутри стеклопакета ΔP_{max} . Выразим это следующим образом:

$$\frac{q}{\Delta P_{\max}} = 1. \quad (2)$$

Согласно второй модели, внутреннее давление q не может поддерживаться в стеклопакете гибкими стенками и через деформации стенок будет сразу же преобразовано в изменение внутреннего объема ΔV . Так как в такой модели может быть только изменение объема, данное изменение объема ΔV будет равно максимальному $\Delta V_{\max}$. Выразим это формулой

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_{\max}} = 1. \quad (3)$$

В реальном случае, когда задействованы оба способа восприятия внутренней нагрузки, математически это можно выразить так:

$$\frac{q}{\Delta P_{\max}} + \frac{\Delta V}{\Delta V_{\max}} = 1. \quad (4)$$

Изменение внутреннего объема ΔV является функцией от прогибов стекол $\Delta V(f)$, а прогибы стекол f являются функцией от нагрузки $f(q)$. Следовательно, формула (4) позволяет численным методом итерирования определить величину внутреннего давления q .

Для расчета предварительно необходимо определить величины максимального внутреннего давления $\Delta P_{\max}$ и максимального изменения внутреннего объема $\Delta V_{\max}$.

Определение внутренней нагрузки как максимального внутреннего давления $\Delta P_{\max}$ рассмотрено в [15].

Определим максимальное изменение внутреннего объема $\Delta V_{\max}$ по формуле

$$\Delta V_{\max} = \frac{\Delta P_{\max}}{P_0} V_0. \quad (5)$$

После нахождения с заданной точностью величины внутреннего давления q можно будет определить величины прогибов стекол и внутренних напряжений общеизвестными методами сопромата.

Алгоритм расчета прогибов стекол однокамерного стеклопакета.

1. Ввод исходных данных:

а) задается исходное состояние стеклопакета при его герметизации на производстве: атмосферное давление P_0 , температура T_0 и объем V_0 ;

б) задается расчетное состояние стеклопакета при эксплуатации: атмосферное давление P_1 , температура T_1 ;

в) задаются параметры стеклопакета и свойства стекол: габаритные размеры a , b , толщины стекол t_1 и t_2 , модуль упругости стекла E , коэффициент Пуассона стекла μ .

2. Вычисление максимальной внутренней нагрузки $\Delta P_{\max}$ из условия, что стеклопакет работает по схеме первого типа ($\Delta V = 0$) из суммы четырех нагрузок по формуле $\Delta P^{\max} = \Delta P^T + \Delta P^{\text{атм}} + \Delta P^{\text{геодез}} + \Delta P^{\text{парц}}$ [15].

3. Начало численного расчета методом итерирования — задается внутреннее давление q .

4. Вычисление прогибов f_1 и f_2 в центре стеклянных пластин от равномерно распределенной нагрузки q (по аналитической формуле $f(q)$ для пластины, опертой по периметру).

5. Вычисляем объем деформаций обоих стекол $\Delta V = \Delta V_1(f_1) + \Delta V_2(f_2)$.

6. Вычисление максимального изменения внутреннего объема $\Delta V_{\max}$ из условия, что стеклопакет работает по схеме второго типа ($\Delta P = 0$) по формуле (5).

7. Проверка условия итерирования — проведем проверку условия: $\frac{q}{\Delta P_{\max}} + \frac{\Delta V}{\Delta V_{\max}} = 1$. Точность схождения следует принимать порядка 0,1 %, так как первое слагаемое может составлять порядка 3...7 %, при этом погрешность составит 3,3 — 1,4 % < 5 %.

8. При выполнении проверки итерирование завершается.

9. Вывод данных: прогибы стекол f_1 и f_2 , внутренних напряжений σ_1 и σ_2 , при необходимости фактическое внутреннее давление q , климатическая нагрузка (изохорное давление) P , конечная точность схождения и др.

Применяемые аналитические формулы сопротивления материалов могут варьироваться в зависимости от формы рассчитываемого стеклопакета. Рекомендуется применять формулы для расчета гибких пластин, так как в случае со стеклопакетами величина прогибов стекол от внутренней нагрузки может быть сопоставима с толщиной стекол [23].

Вывод. В соответствии с данной методикой разработана компьютерная программа вычисления напряжений и прогибов стекол в герметичном стеклопакете, которая позволяет не только рассчитать прочность стеклопакетов под климатической нагрузкой, но оценить искажающую кривизну остекления, влияющую на архитектурную выразительность фасадов зданий.

Библиографический список

1. *Feldmeier F.* Internal loads and load sharing of insulating glass units // *Stahlbau*. June 2006. Vol. 75. No. 6. Pp. 467—478.
2. *Huveners E.M.P., Van Herwijnen F., Soetens F.* Load sharing in insulated double glass units // *Heron*. 2003. Vol. 48. No. 2. Pp. 99—122.
3. *Zhao Yie, Curcija D., Goss W.P.* Convective heat transfer correlations for fenestration glazing cavities: A review // *ASHRAE Transactions*. 1999. Vol. 105. Pt. 2.
4. Здания и сооружения со светопрозрачными фасадами и кровлями: Теоретические основы проектирования светопрозрачных конструкций / под общ. ред. И.В. Борискиной. СПб.: ИЦ Оконных систем, 2012. 400 с.
5. *Ensslen F.* Load bearing performance of weathered laminated safety glass panes // *Stahlbau*. August 2007. Vol. 76. No. 8. Pp. 582—590.
6. *Стратий П.В., Плотников А.А., Борискина И.В.* Исследование прогибов стекол пакета при действии атмосферной составляющей климатической нагрузки // *Жилищное строительство*. 2011. № 4. С. 33—36.
7. *Behr R.A.* Architectural Glass to Resist Seismic and Extreme Climatic Events. Woodhead Publishing Limited and CRC Press, 2009. 260 p.
8. *Wörner J.-D., Pfeiffer R., Schneider J., Shen X.* Glass Structures — Basics, design and construction // *Bautechnik*. May 1998. Vol. 75. No. 5. Pp. 280—293.
9. *Feldmeier F.* How to handle climatic loads in the design of insulating glass units // *Stahlbau*. August 1996. Vol. 65. No. 8. Pp. 285—290.
10. *Güsgen J., Sedlacek G., Blank K.* Mechanical fundamentals for the design of structural glass members // *Stahlbau*. April 1998. Vol. 67. No. 4. Pp. 281—292.
11. *Buddenberg S., Beyer J., Oechsner M.* Duraseal-durability design of insulating glass units — A status report // *Proceedings of the Challenging Glass 4 and Cost Action TU0905 Final Conference*. 2014. Pp. 297—304.

12. Penkova N., Iliev V., Neugebauer J. Thermal-mechanical behaviour of insulating glass units // Proceedings of COST Action TU0905 Mid-Term Conference on Structural Glass. 2013. Pp. 295—303.
13. Respondek Z., Rajczyk M. Study of glass composite structure displacement stressed by atmospheric factors // Advanced Materials Research. 2012. Vol. 583. Pp. 191—194.
14. Feldmeier F. Design of triole insulating glass units // Stahlbau Issue SPEC. ISSUE. March 2011. Pp. 75—80.
15. Плотников А.А., Стратий П.В. Расчет климатической нагрузки на стеклопакет на примере г. Москвы // Научное обозрение. 2013. № 9. С. 190—194.
16. Tibolt M., Hechler O., Odenbreit C. Analytical extension of a climate load model for undercut point fitted IGU // Proceedings of the Challenging Glass 4 and Cost Action TU0905 Final Conference 2014. Pp. 199—208.
17. Velche D., Ivanov I.V. A finite element for insulating glass units // Proceedings of the Challenging Glass 4 and Cost Action TU0905 Final Conference 2014. Pp. 311—318.
18. Von Grabe J., Winter S. Contribution to the examination of double glazed units under climate-induced pressure loads. Part 1: Method of Calculation // Bautechnik. July 2011. Vol. 88. No. 7. Pp. 425—432.
19. Von Grabe J., Winter S. Contribution to the examination of double glazed units under climate-induced pressure loads. Part 2: Validation // Bautechnik. August 2011. Vol. 88. No. 8. Pp. 507—513.
20. СН 481—75. Инструкция по проектированию, монтажу и эксплуатации стеклопакетов. М. : Стройиздат, 1978. 20 с.
21. Bohmann D. Ein numerisches Verfahren zur Berechnung von Verbundglasscheiben. Shaker Verlag Aachen, Dissertation, Schriftenreihe — Stahlbau, RWTH Aachen, Heft 43, 1999.
22. Никитин Н.В., Травуш В.И. Расчет герметичных стеклопакетов // Строительная механика и расчет сооружений. 1970. № 4.
23. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. 2-е изд. М. : Наука, 1966. 636 с.

Поступила в редакцию в ноябре 2014 г.

Об авторах: Плотников Александр Александрович — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры архитектуры гражданских и промышленных зданий, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Яровское шоссе, д. 26, plaa@go.ru;

Стратий Павел Васильевич — кандидат технических наук, ассистент кафедры архитектуры гражданских и промышленных зданий, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Яровское шоссе, д. 26, limited@list.ru.

Для цитирования: Плотников А.А., Стратий П.В. Численно-аналитическая методика расчета прогибов стекол герметичного стеклопакета от климатической (внутренней) нагрузки // Вестник МГСУ. 2014. № 12. С. 70—76.

A.A. Plotnikov, P.V. Stratiy

NUMERICAL-ANALYTICAL METHOD OF CALCULATING INSULATED DOUBLE-GLAZED UNITS DEFLECTION UNDER CLIMATIC (INTERNAL) LOAD

Glass unit consists of glasses hermetically-united together. The cavity of an insulating glass unit contains a fixed volume of air (gas). In the process of production regular air

with atmospheric pressure and temperature is sealed inside a glass unit. During operation the atmospheric pressure is constantly changing, but the pressure inside remains constant (at a constant temperature). A change of temperature or of the external air pressure results in a pressure difference and therefore in a load on the glass panes. The action may exceed the usual load considerably. This pressure effects the glasses of the unit, deforms them, lowers the thermotechnical properties of glass units and can lead to their destruction. The action of the inside pressure can be seen all around as convex and concaved glasses, which destroys the architectural look of buildings.

It is obvious that it is incorrect to calculate thin glass plates on such a load only by classical methods of strength of materials theory. In this case we need a special calculation method. The effects of a change in temperature, altitude or meteorological pressure are easily covered by the definition of an isochore pressure. This is necessary, to determine the change of pressure due to the temperature induced gas expansion in the cavity of the insulating glass according to the ideal gas law. After the integration of the analytical plate solution and the ideal gas law, the final pressure states can easily be calculated by coupling the change of volume and the change of pressure.

Key words: glass unit, glass, internal load, climatic load, lensing, method, iterative loop.

References

1. Feldmeier F. Internal Loads and Load Sharing of Insulating Glass Units. *Stahlbau*. June 2006, vol. 75, no. 6, pp. 467—478.
2. Huveners E.M.P., Van Herwijnen F., Soetens F. Load Sharing in Insulated Double Glass Units. *Heron*. 2003, vol. 48, no. 2, pp. 99—122.
3. Zhao Yie, Curcija D., Goss W.P. Convective Heat Transfer Correlations for Fenestration Glazing Cavities: A Review. *ASHRAE Transactions*. 1999, vol. 105, pt. 2.
4. Zdaniya i sooruzheniya so svetoprozrachnymi fasadami i krovlyami : Teoreticheskie osnovy proektirovaniya svetoprozrachnykh konstruksiy [Buildings and Structures with Curtain Walls and Roofs : Theoretical Bases of Translucent Structures Design]. Under the general editorship of I.V. Boriskina. Saint Petersburg, ITs Okonnykh sistem Publ., 2012, 400 p. (In Russian)
5. Ensslen F. Load Bearing Performance of Weathered Laminated Safety Glass Panes. *Stahlbau*. August 2007, vol. 76, no. 8, pp. 582—590.
6. Stratiy P.V., Plotnikov A.A., Boriskina I.V. Issledovanie progibov stekol paketa pri deystvii atmosferynoy sostavlyayushchey klimaticheskoy nagruzki [Investigation of Glass Deflection under the Action of Atmosphere Compound of Climatic Load]. *Zhilishchnoe stroitel'stvo* [Housing Construction]. 2011, no. 4, pp. 33—36. (In Russian)
7. Behr R.A. Architectural Glass to Resist Seismic and Extreme Climatic Events. Woodhead Publishing Limited and CRC Press, 2009, 260 p.
8. Wörner J.-D., Pfeiffer R., Schneider J., Shen X. Glass Structures — Basics, Design and Construction. *Bautechnik*. May 1998, vol. 75, no. 5, pp. 280—293.
9. Feldmeier F. How to Handle Climatic Loads in the Design of Insulating Glass Units. *Stahlbau*. August 1996, vol. 65, no. 8, pp. 285—290.
10. Gösgen J., Sedlacek G., Blank K. Mechanical Fundamentals for the Design of Structural Glass Members. *Stahlbau*. April 1998, vol. 67, no. 4, pp. 281—292.
11. Buddenberg S., Beyer J., Oechsner M. Duraseal-Durability Design of Insulating Glass Units — A Status Report. *Proceedings of the Challenging Glass 4 and Cost Action TU0905 Final Conference*. 2014, pp. 297—304. DOI: <http://dx.doi.org/10.1201/b16499-44>.
12. Penkova N., Iliev V., Neugebauer J. Thermal-mechanical Behaviour of Insulating Glass Units. *Proceedings of COST Action TU0905 Mid-Term Conference on Structural Glass*. 2013, pp. 295—303. DOI: <http://dx.doi.org/10.1201/b14563-42>.
13. Respondek Z., Rajczyk M. Study of Glass Composite Structure Displacement Stressed by Atmospheric Factors. *Advanced Materials Research*. 2012, vol. 583, pp. 191—194. DOI: <http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.583.191>.
14. Feldmeier F. Design of Triole Insulating Glass Units. *Stahlbau Issue SPEC. ISSUE*. March 2011, pp. 75—80.

15. Plotnikov A.A., Stratiy P.V. Raschet klimaticheskoy nagruzki na steklopaket na primere g. Moskvy [Calculation of Climatic Load on a Glass Unit Using the Example of Moscow]. *Nauchnoe obozrenie* [Scientific Review]. 2013, no. 9, pp. 190—194. (In Russian)
16. Tibolt M., Hechler O., Odenbreit C. Analytical Extension of a Climate Load Model for Undercut Point Fitted IGU. Proceedings of the Challenging Glass 4 and Cost Action TU0905 Final Conference. 2014, pp. 199—208.
17. Velche D., Ivanov I.V. A Finite Element for Insulating Glass Units. Proceedings of the Challenging Glass 4 and Cost Action TU0905 Final Conference. 2014, pp. 311—318. DOI: <http://dx.doi.org/10.1201/b16499-46>.
18. Von Grabe J., Winter S. Contribution to the Examination of Double Glazed Units under Climate-induced Pressure Loads. Part 1: Method of Calculation. *Bautechnik*. July 2011, vol. 88, no. 7, pp. 425—432. DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/bate.201101483>.
19. Von Grabe J., Winter S. Contribution to the Examination of Double Glazed Units under Climate-induced Pressure Loads. Part 2: Validation. *Bautechnik*. August 2011, vol. 88, no. 8, pp. 507—513. DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/bate.201101494>.
20. SN 481—75. *Instruktsiya po proektirovaniyu, montazhu i ekspluatatsii steklopaketov* [Construction Requirements SN 481—75. Instruction on Design, Construction and Operation of Glass Units]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 20 p. (In Russian)
21. Bohmann D. Ein numerisches Verfahren zur Berechnung von Verbundglasscheiben. Shaker Verlag Aachen, Dissertation, Schriftenreihe — Stahlbau, RWTH Aachen, Heft 43, 1999.
22. Nikitin N.V., Travush V.I. Raschet germetichnykh steklopaketov [Calculation of Geometric Glass Units]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural Mechanics and Calculation of Structures]. 1970, no. 4. (In Russian)
23. Timoshenko S.P., Voynovskiy-Kruger S. *Plastinki i obolochki* [Plates and Shells]. 2nd edition. Moscow, Nauka Publ., 1966, 636 p. (In Russian)

About the authors: **Plotnikov Aleksandr Aleksandrovich** — Candidate of Technical Sciences, senior research worker, Professor, Department of Civil and Industrial Buildings Architecture, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; plaa@go.ru;

Stratiy Pavel Vasil'evich — Candidate of Technical Sciences, Assistant Lecturer, Department of Civil and Industrial Buildings Architecture, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; limited@list.ru.

For citation: Plotnikov A.A., Stratiy P.V. Chislenno-analiticheskaya metodika rascheta progibov stekol germetichnogo steklopaketa ot klimaticheskoy (vnutrenney) nagruzki [Numerical-Analytical Method of Calculating Insulated Double-Glazed Units Deflection under Climatic (Internal) Load]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2014, no. 12, pp. 70—76. (In Russian)