ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

УДК 514

Ю.О. Полежаев, А.Ю. Борисова, В.А. Борисова

ФГБОУ ВПО «МГСУ»

ГЕОМЕТРОГРАФИЧЕСКИЕ ВАРИАЦИИ ЗАДАЧ ЦИРКУЛЬНЫХ СОПРЯЖЕНИЙ

Представлены аксиоматические свойства и понятия, связывающие геометрографию. Приведена одна из основных теорем сопряжения, в которой определены позиции и свойства ортоэлементов сопряжения, а также последовательности сопрягаемых дуг с использованием симметрии. Теорема комментируется способом доказательства от обратного в форме геометрографических операций, которые согласуются с аналитическими результатами. Даны циркульные сопряжения, замыкающиеся в фигуры овалов с небольшим различием в алгоритмах построения композиций. Проанализированы прямолинейный «конический» циркулярный ряд и вариации его геометрографического построения.

Ключевые слова: циркулярные сопряжения, касательные, окружность, прямая, сопрягаемые дуги, симметрия, «конический» циркулярный ряд, планиметрия.

В инженерно-строительном и архитектурном проектировании сопряжения циркулярных кривых имеют большое значение. Существуют различные потребности их практического приложения, включая также возможности аппроксимации ими кривых высшего порядка.

Изложение названной темы необходимо начать с одной из основных теорем сопряжения дуг окружностей, поскольку в ней взаимосвязаны касательные и нормали, т.е. ортоэлементы сопряжений, а также последовательности сопрягаемых дуг с применением симметрий [1—4].

Но прежде не лишним будет напомнить некоторые аксонометрические понятия, связывающие геометрографию циркуляры, прямой и точки в ту или иную композицию.

Единственная точка инцидентности пары циркуляр является двойной точкой, через которую проходят две вложенные касательные. Через эту точку проходят также две вложенные нормали, которые совпадают с направлением соответственных диаметров циркуляр. Два ортогональных направления, касательных и нормалей через точку циркуляры, являются дифференциальными элементами кривизны в бесконечно малой окрестности данной точки циркуляры. Наконец, прямая, проходящая через точки центров данных циркуляр, совпадающая с направлением нормалей и диаметров, является осью симметрии рассматриваемой данной геометрографической композиции [5—7].

Анализируя возможность построения касательных для пары заданных окружностей, отметим, что существует несколько вариантов геометрографии таких композиций. Одна из них представлена выше. Следующим вариантом может быть случай «внутреннего касания» циркуляр, для которого во многом сохраняются аналогии предыдущего. Но для первого случая имеется возмож-

ность построения еще одного общего касательного направления. Такая прямая так же будет двойной. Она содержит две вложенные касательные, по одной к каждой циркуляре и, разумеется, в разных их точках.

Для нахождения таких точек и, соответственно, касательных можно использовать следующий алгоритм. В каждой циркуляре построим параллельные радиусы, соединим их концы и найдем инцидент S секущей с осью симметрии циркуляр. Далее приводится текст вышеупомянутой теоремы.

Теорема. Два произвольно расположенных (рис. 1) диаметра $(M_4; M_6)$ и $(1; 1)$ окружности, принятых далее в качестве касательных, порождают четыре попарно-сопряженные окружности, центры которых определяются пересечениями соответственных радиусов-нормалей из концов этих диаметров. Расстояния между центрами $(0_4; 0_6; {}^*0_4; {}^*0_6)$ равны и являются суммами радиусов для пар сопряжений.

Рис. 1. Касательные и нормали пары сопряженных дуг циркуля, их базовая окружность

Комментируя содержание теоремы, рассмотрим сначала одну кососимметричную часть относительно оси $(M_4; M_6)$ в обратной последовательности. Пусть заданы две касательные окружности (рис. 2) с центрами $(0_6; 0_4)$ и радиусами $(R_6; R_4)$. Через точку их касания l проходит общая касательная *t .

Для внешней касательной t заданных окружностей определяются точки касания M_6 и M_4 . Из построений очевидно, что касательная из точки I делит отрезок $(M_6; M_4)$ пополам, а стороны $(^*0; 1)$, $(^*0; M_6)$, $(^*0; M_4)$ равны и являются ортоэлементами сопряжения, для которого точка *0 центр медиальной окружности. Из чертежа следует, что две величины $(M_6; ^*0)$ и $(^*0; M_4)$, порознь равные третьей $(^*0; 1)$, равны между собой. Повторим, следовательно, прямая $(^*0; 1)$ делит отрезок $(M_6; M_4)$ пополам. Напомним, что для построения тангенциали t предварительно определяется полюс S на линии центров $(0_4; 0_6)$ с помощью, например, секущей $(d_4; d_6)$. После чего на диаметре $(0_4; S)$, например, строится дуга полуокружности, которая в инцидентии с окружностью $(0_4; R_4)$ фиксирует точку M_4 и, следовательно, касательную t , проходящую через $(S; M_6; M_4)$ [8—1].

Если рассмотреть центр *0 диаметра $(M_4; M_6)$ и продолжение радиуса $(^*0; 1)$ до величины диаметра $(1; ^*1)$, то обнаружится возможность построения

еще двух соответственно кососимметричных окружностей, касательных между собой. В итоге сумма попарно-касательных окружностей будет равна четырем в соответствии с теоремой. Центры последовательно касательных окружностей будут принадлежать вершинам ромба, сторона которого равна сумме пары сопряженных радиусов.

Рис. 2. Четыре касательных окружности, плотно уложенные на дугу базовой циркуляры

На рис. 3 для пары касательных окружностей с центрами O_6 , O_4 и точкой их инцидента I построена четвертая часть дуги (*8; 8; 8) овала, состоящая из сопряженных дуг циркуляр с радиусами ΔR_1 и ΔR_2 . Названные дуги циркуляр определены по известной методике, пример геометрографии которой использован на том же чертеже для овала с центром $*O$ и диаметром (9; 9). В последнем случае точкой циркулярного сопряжения является позиция 9_i [12, 13].

Частным случаем рассматриваемой конфигурации является линейная модель квадратуры круга, когда медиальная окружность сопряжения совпадает с базовой окружностью квадратуры. Здесь фигура ромба представлена базовым квадратом, а четыре последовательно сопряженных окружности имеют центры в вершинах квадратуры, их площади являются эквиареалами [1, 2, 14, 15].

Для прямолинейного «конического» циркулярного ряда каждый последующий радиус сопряжения смежных дуг, в сторону уменьшения, вдвое меньше предыдущего (рис. 4), что подтверждается построениями в одной из четвертей, например $(x; -y)$, квадрата циркуляры (рис. 4). В этом примере представлен геометрографический определитель величин радиусов $(R; R_1; \dots; R_n; \dots)$, которые можно использовать в должных позициях соответственных центров $(O; O_1; \dots; O_n; \dots)$. Если необходимо выстроить центры сопрягаемых циркуляр

последовательно в ряд, всякий n раз следует из центра O_{n-1} добавлять с определителя отрезок $(R_{n-1} + R_n)$. Эта операция может выполняться сложением «вручную», либо «геометрографически», что показано для случая построения центра O_2 . Здесь $(O_1; O_2)$ равно величине отрезка $(R_1 + R_2)$ из определителя.

Рис. 3. Построения двух примеров замкнутых кривых, овалов, сопряжениями четырех дуг циркуляр

Рис. 4. Прямолинейная последовательность сопряженных циркуляр

Достаточно простым алгоритмом построения центров являются добавления к точке касания от предыдущей циркуляры, половины ее радиуса. Об этом свойстве сопряжения было сказано выше. Дан пример построения центра O_3 . Разумеется, существуют другие варианты решения излагаемой задачи [16—18].

Сопряжение двух смежных окружностей в убывающей прямолинейной последовательности связано с определением середины интервала $(2R_n + 2R_{n+1} = 3R_n)$. Точка m_n определяется инцидентом стороны гармонического треугольника в циркуляре $(0; R_n)$ с осью x . Таким образом, можно фиксировать радиус R_m искомой дуги сопряжения названной пары для рассматриваемого ряда исходных окружностей (см. рис. 4). Заметим очевидный факт геометрографии: отношение радиусов $(R_m : R_n : R_{n+1} = 3 : 2 : 1)$ является весьма практичной пропорцией. Разумеется, последовательные и аналогичные $(0_m; R_m)$ окружности образуют новый конический ряд, а также их «растущие» модификации, покрывающие симметрично относительно x все поле заданной планиметрии.

Рис. 5. Пример геометрографической модели криволинейного ряда сопряженных циркуляр

Избирается некоторая исходная окружность ряда $(0; R_0)$, и величина расстояния $(0; S)$, равная $3R_0$, принимается за половину дуги окружности изгиба (πR^*) прямолинейного отрезка конического ряда. При наличии развертки полуокружности определение ее радиуса доступно и средствами геометрографии, и аналитически $(R_c = OS/\pi)$ [14, 19]. Итак, построим окружность $(0_c; R_c)$, которая представляет осевую линию окружностей сопряжения. Эта окружность касается центра исходной окружности, и центры $(0; 0_c)$ лежат на оси конического ряда. Следовательно, исходная окружность уже встроена в циркулярный ряд. Рассмотрим операции цикла построения следующей касательной окружности $(0_1; R_1)$ в криволинейный ряд. Вначале необходимо учесть, что отрезок $(0; 0_1)$ в прямолинейном ряду соответствует условию сопряжения соседних окружностей. Очевидно, пересечение дуги этого радиуса с дугой осевой линии сопряжений в точке O'_1 определяет искомый центр смежной окружности в новой позиции. В следующем цикле хорда $(O'_1; O'_2 = 0_1; 0_2)$ фиксирует следующий искомый центр O'_2 сопрягаемой окружности. Далее циклы повторяются до разумных визуальных геометрографических величин, а в итоге до позиции S' . Если рассматривать квадратуру круга исходной окружности, все позиции центров 0_i на конической оси отстоят друг от друга в соответствии с

композицией уменьшения диагонали четверти квадрата вдвое. Отсюда следует простейший прием взятия расстояний между смежными центрами для конической оси из матрицы деления полудиagonали квадратуры, например расстояние $(0_1; 0_2)$.

Эти же расстояния используются в качестве хорд для определения (см. рис. 5) центров на другой циркульной кривой. Если требуется логическая увязка для таких построений, следует рассмотреть свойство треугольника Пифагора $(y_R; x_R; y_1)$, в котором тангенс катетов равен $1/2$. Эта величина — константа данного примера, и она повторяется во всех циклах. Вторым рассматриваемый здесь случай криволинейных циркульных сопряжений базируется на циркуляре $(0; R)$ квадратуры круга. При этом половина стороны квадратуры $(0, 5\ell_4)$ приравнена к величине R , а радиус соответственной циркуляры $(0'_M; R'_M)$ находится из геометрографического построения. Вариант этих сопряжений представляет также пример сопряжения пар окружностей с различными радиусами, центры которых принадлежат циркуляре, сохраняющей R в качестве константы (рис. 4—6) [11, 20, 21].

Рис. 6. «Бусы» сопряженных циркуляр на криволинейной базовой окружности, радиус которой изменен в сравнении с предыдущим

Краткий итог рассмотренного материала сводится к следующему. Приведенные основные качественно-количественные и типичные примеры циркульных сопряжений позволяют грамотно и вариативно решать определенные геометрографические задачи в процессе проектирования инженерно-строительных, архитектурных, прикладных бытовых объектов, предметов и вещей личного пользования [16, 22—24].

Библиографический список

1. Волынский В.Э. Пространственное формообразование и его архетипы // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2009. № 13. С. 124—129.

2. Крылова О.В., Полежаев Ю.О., Тельной В.И. Дедуктивный аспект построения изометрических монопроекций // *Фундаментальные науки в современном строительстве* : сб. докл. Шестой науч.-практ. и учеб.-метод. конф. М. : МГСУ, 2008. С. 163—165.
3. Поля Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание / пер. с англ. ; под ред. И.М. Яглома. 3-е изд. М. : Едиториал УРСС, 2010. 448 с. (Психология, педагогика, технология обучения, математика)
4. Гильберт Д. Основания геометрии / пер. с нем. ; под ред. Л.К. Рашевского. М. ; Л. : Гостехиздат, 1948. 491 с.
5. Полежаев Ю.О., Борисова А.Ю., Кондратьева Т.М. Линейные пучки в циркульно-эллиптических соответствиях // *Вестник МГСУ*. 2012. № 6. С. 62—67.
6. Степура Е.А., Зонтов Р.А. Проведение прямой через недоступную точку // *Сб. тр. 2-й Всерос. науч.-метод. конф. по инженерной геометрии и компьютерной графике*. М. : МИТХТ, 2009. С. 103—110.
7. Полежаев Ю.О., Борисова А.Ю. Линейные вариации моделирования свойств эллиптичности // *Вестник МГСУ*. 2012. № 8. С. 34—38.
8. Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия / пер. с нем. Н.К. Брушлинского. 5-е изд. М. : Едиториал УССР, 2010. 344 с.
9. Клейн Ф. Неевклидова геометрия. М. ; Л. : ОНТИ, 1936. 358 с.
10. *Semple J.G., Kneebone G.T. Algebraic Projective Geometry*. Oxford : Oxford University Press, 1952. 405 p.
11. *Coxeter H.S.M. Projective Geometry*. New York : Blaisdell Publishing Co, 1964. 162 p.
12. Федоров Е.С. Начала учения о фигурах. М. : ЕЕ Медиа. 2012, 418 с.
13. Лелон-Ферран Ж. Основания геометрии / пер. с франц. В.В. Рыжкова. М. : Мир, 1989. 312 с.
14. Полежаев Ю.О., Митина Т.В. К вопросу о методике решения задач инцидентии // *Вестник МГСУ*. 2007. № 1. С. 81.
15. Вольберг О.А. Основные идеи проективной геометрии / под ред. Н.В. Ефимова. 4-е изд. М. : Едиториал УРСС, 2009. 192 с. (Науку всем — Шедевры научно-популярной литературы)
16. Одесский П.Д. О теориях прочности и эффекте второй нагрузки применительно к стальным строительным конструкциям // *Промышленное и гражданское строительство*. 2013. № 10. С. 20—24.
17. Жилкина Т.А. Роль пространственного мышления в практике преподавания графических дисциплин в технических вузах // *Наука и образование: проблемы и тенденции* : материалы Междунар. науч.-практ. конф. Уфа, 20—21 декабря 2013 г. : в 3-х ч. Уфа : РИЦ БашГУ, 2013. Ч. II. С. 142—146.
18. Знаменская Е.П., Рузаев А.М. Геометрическая интерпретация результатов поиска оптимальных решений строительных конструкций // *Вестник МГСУ* 2010. № 4. Т. 1. С. 113—116.
19. Полежаев Ю.О., Фаткуллина А.А., Борисова А.Ю. Геометрические модели сопряжений квадрик на фрагментах архитектурных объектов // *Вестник МГСУ*. 2012. № 9. С. 18—23.
20. Мартынюк А.Н., Матвеев О.А., Птицына И.В. Элементы проективной геометрии. М. : МГОУ, 2010. 134 с.
21. Цахариас М. Введение в проективную геометрию / пер. с нем. 2-е изд. М. : ЛИБРОКОМ, 2010. 90 с. (Физико-математическое наследие: математика (геометрия))
22. Полежаев Ю.О., Донская О.В. Особенности взаимосвязей инженерно-технического и художественного рисунка. К вопросу о возрождении академических традиций // *Декоративное искусство и предметно-пространственная среда*. Вестник МГХПА. 2012. № 2-2. С. 247—252.

23. *Георгиевский О.В.* Художественно-графическое оформление архитектурно-строительных чертежей. М. : Архитектура-С, 2004. 79 с.

24. *Гусакова И.М.* Роль тонального рисунка на поисковом этапе работы над декоративной композицией по дисциплине «Материаловедение, технология и производственное обучение» // Преподаватель XXI век. 2014. № 1. Ч. 1. С. 170—175.

Поступила в редакцию в июле 2015 г.

Об авторах: **Полежаев Юрий Олегович** — доцент кафедры начертательной геометрии и графики, член интернационального Союза Художников России, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, 8 (499) 183-24-83, grafika@mgsu.ru;

Борисова Анжелика Юрьевна — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры начертательной геометрии и графики, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, 8 (499) 183-24-83, grafika@mgsu.ru;

Борисова Виктория Александровна — студент Института инженерно-экологического строительства и механизации, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, 8 (499) 183-24-83, grafika@mgsu.ru.

Для цитирования: *Полежаев Ю.О., Борисова А.Ю., Борисова В.А.* Геометрографические вариации задач циркульных сопряжений // Вестник МГСУ. 2015. № 7. С. 137—146.

Yu.O. Polezhaev, A.Yu. Borisova, V.A. Borisova

GEOMETRY GRAPHICAL VARIATIONS OF THE CIRCULAR CONJUGATE PROBLEMS

In civil engineering and architectural design the coupling of circular curves are of great importance. There are different requirements for their practical application, including the possibility of approximation of the curves of higher order. The present article contains a brief excursion into the axiomatic description of the properties and concepts uniting the geometric graphics of a circular, a direct and a point into various compositions.

One of the main conjunction theorems is presented, which defines the position and properties of orthoelements of pairing and the sequence of mating arcs using symmetry. The content of the theorem is commented in the form of proof by contradiction, in the form of geometric graphical operations that are naturally consistent with the analytical results. The examples are given of the circular conjunctions closed into oval shapes with a slight difference in the algorithms of composition construction.

A particular case of the present configuration is a linear model of squaring the circle, the circle when the medial conjunction coincides with the base circle squaring. Here, the rhomb figure is presented as a basic square and the four successively conjugated circles have their centers at the vertices of squaring, their area are equiareals.

Then, the straight “tapered” circular number and variations of its geometry graphical construction are analyzed.

The summary results of the considered material are as follows. The main qualitative, quantitative, and typical examples of the circular conjunctions allow competently and variably solving certain problems of geometry graphics in the design process of civil engineering, architecture and applied domestic objects, items and personal things.

Key words: circular conjunctions, tangents, circle, straight, matched arcs, symmetry, “cone” circular row, planimetry

References

1. Volynskov V.E. Prostranstvennoe formoobrazovanie i ego arkhetipy [Space Forming and its Archetypes]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta* [Proceedings of Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering]. 2009, no. 13, pp. 124—129. (In Russian)
2. Krylova O.V., Polezhaev Yu.O., Tel'noy V.I. Deduktivnyy aspekt postroeniya izometricheskikh monoproyektsiy [Deductive Aspect of Isometric Monoprojections Creation]. *Fundamental'nye nauki v sovremennoy stroitel'stve: Sbornik dokladov Shestoy nauchno-prakticheskoy i uchebno-metodicheskoy konferentsii* [Fundamental Sciences in the Modern Construction]. Moscow, MGSU Publ., 2008, pp. 163—165. (In Russian)
3. Pólya G. Mathematical Discovery: On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving, 2 volumes, Wiley 1962.
4. Gilbert de B. Robinson. The Foundations of Geometry. U. of Toronto; Fourth edition, 1946.
5. Polezhaev Yu.O., Borisova A.Yu., Kondrat'eva T.M. Lineynye puchki v tsirkul'no-ellipticheskikh sootvetstviyakh [Linear Bundles within the Framework of Coincidence of Circle and Ellipse]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2012, no. 6, pp. 62—67. (In Russian)
6. Stepura E.A., Zontov R.A. Provedenie pryamoy cherez nedostupnyuyu tochku [Drawing a straight through a Remote Point]. *Sbornik trudov 2-y Vserossiyskoy nauchno-metodicheskoy konferentsii po inzhenernoy geometrii i komp'yuternoy grafike* [Collection of Works of the 2nd All-Russian Scientific Conference on Engineering Geometry and Computer Graphics]. Moscow, MITKhT Publ., 2009, pp. 103—110. (In Russian)
7. Polezhaev Yu.O., Borisova A.Yu. Lineynye variatsii modelirovaniya svoystv elliptichnosti [Modeling the Properties of Ellipticity: Linear Variations]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2012, no. 8, pp. 34—38. (In Russian)
8. Kon-Fossen S. Gilbert D. *Naglyadnaya geometriya* [Visual Geometry]. 5th edition, Moscow, Editorial USSR, 2010, 344 p. (In Russian)
9. Klein F. *Neevklidovaya geometriya* [Non-Euclidean geometry]. Transl. from German. Moscow, Leningrad, GGTI, 1936, 358 p. (In Russian)
10. Semple J.G., Kneebone G.T. Algebraic Projective Geometry. Oxford, Oxford University Press, 1952, 405 p.
11. Coxeter H.S.M. Projective Geometry. New York, Blaisdell Publishing Co, 1964, 162 p.
12. Fedorov E.S. *Nachala ucheniya o figurakh* [Bases of the Theory of Figures]. Moscow, EE Media Publ., 2012, 418 p. (In Russian)
13. Lelon-Ferran Zh. *Osnovaniya geometrii* [Fundamentals of Geometry]. Transl. from France. Moscow, Mir Publ., 1989, 312 p. (In Russian)
14. Polezhaev Yu.O., Mitina T.V. K voprosu o metodike resheniya zadach intsidentsii [On the Methodology of Solving Incidence Problems]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2007, no. 1, p. 81. (In Russian)
15. Vol'berg O.A. Osnovnye idei proektivnoy geometrii [Basic Ideas of Projective Geometry]. 4th edition. Moscow, Editorial URSS Publ., 2009, 192 p. (Nauku vsem — Shedevry nauchno-populyarnoy literatury [Science to Everyone — Masterpieces of Popular Scientific Literature]) (In Russian)
16. Odesskiy P.D. O teoriyakh prochnosti i effekte vtoroy nagruzki primenitel'no k stal'nym stroitel'nym konstruksiyam [On Strength Theories of the Effect of the Second Load Applied to the Steel Building Structures]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo* [Industrial and Civil Engineering]. 2013, no. 10, pp. 20—24. (In Russian)
17. Zhilkina T.A. Rol' prostranstvennogo myshleniya v praktike prepodavaniya graficheskikh distsiplin v tekhnicheskikh vuzakh [The Role of Spatial Thinking in the Practice of Teaching Graphic Disciplines in Technical Universities]. *Nauka i obrazovanie: problemy i tendentsii : materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Science and Education: Problems and Tendencies : Materials of the International Science and Practice Conference]. Ufa, December 20—21 2013 : in three parts. Ufa, RITs BashGU Publ., 2013, part 2, pp. 142—146. (In Russian)

18. Znamenskaya E.P., Ruzaev A.M. Geometricheskaya interpretatsiya rezul'tatov poiska optimal'nykh resheniy stroitel'nykh konstruktsey [Geometric Interpretation of Search for Optimal Solutions for Building Structures]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2010, no. 4, vol. 1, pp. 113—116. (In Russian)
19. Polezhaev Yu.O., Fatkullina A.A., Borisova A.Yu. Geometricheskie modeli sopryazheniy kvadrik na fragmentakh arkhitekturnykh ob'ektov [Geometric Models of Junctions of Quadrics in Fragments of Architectural Pieces]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2012, no. 9, pp. 18—23. (In Russian)
20. Martynyuk A.N., Matveev O.A., Ptitsyna I.V. *Elementy proektivnoy geometrii* [Projective Geometry Elements]. Moscow, MGOU Publ., 2010, 134 p. (In Russian)
21. Zacharias M. Vvedenie v proektivnuyu geometriyu [Introduction into Projective Geometry]. Transl. from German. Moscow, LIBROKOM Publ., 2010, 90 p. (Fiziko-matematicheskoe nasledie: matematika (geometriya) [Physical and Mathematical Heritage: Mathematics (Geometry)]. (In Russian)
22. Polezhaev Yu.O., Donskaya O.V. Osobennosti vzaimosvyazey inzhenerno-tekhnicheskogo i khudozhestvennogo risunka. K voprosu o vozrozhdenii akademicheskikh traditsiy [Interaction Features of Engineering Technical and Artistic Drawing. To the Question of Academical Tradition Revival]. *Dekorativnoe iskusstvo i predmetno-prostranstvennaya sreda. Vestnik MGKHPA* [Decorative Art and Environment. Herald of the Moscow State Academy of Applied Art and Design named after Sergei Stroganov]. 2012, no. 2-2, pp. 247—252. (In Russian)
23. Georgievskiy O.V. *Khudozhestvenno-graficheskoe oformlenie arkhitekturno-stroitel'nykh chertezhey* [Art and Graphic Design of Architectural Drawings]. Moscow, Arkhitektura-S Publ., 2004, 79 p. (In Russian)
24. Gusakova I.M. Rol' tonal'nogo risunka na poiskovom etape raboty nad dekorativnoy kompozitsiyey po distsipline «Materialovedenie, tekhnologiya i proizvodstvennoe obuchenie» [The Role of the Tonal Drawing on the Exploratory Phase of the Decorative Composition on the Subject "Materials Science, Technology and Vocational Training"]. *Prepodavatel' XXI vek* [A Teacher of the 21st Century]. 2014, no. 1, part 1, pp. 170—175. (In Russian)

About the authors: **Polezhaev Yuriy Olegovich** — Associate Professor, Department of Descriptive Geometry and Graphics, member, International Union of Russian Artists, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; +7 (499) 183-24-83; grafika@mgsu.ru;

Borisova Anzhelika Yur'evna — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Descriptive Geometry and Graphics, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; +7 (499) 183-24-83; grafika@mgsu.ru;

Borisova Viktoriya Aleksandrovna — student, Institute of Environmental Engineering and Mechanization, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; +7 (499) 183-24-83; grafika@mgsu.ru.

For citation: Polezhaev Yu.O., Borisova A.Yu., Borisova V.A. Geometrograficheskie variatsii zadach tsirkul'nykh sopryazheniy [Geometry Graphical Variations of the Circular Conjugate Problems]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2015, no. 7, pp. 137—146. (In Russian)