ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

УДК 624.06

В.И. Андреев, Б.М. Языев*, А.С. Чепурненко*, С.В. Литвинов**ФГБОУ ВПО «МГСУ», *ФГБОУ ВПО «РГСУ»*

РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПОЛОГОЙ ОБОЛОЧКИ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ СРЕДНЕГО СЛОЯ

Получены разрешающие уравнения метода конечных элементов для расчета трехслойных оболочек с учетом ползучести среднего слоя. Внешние слои оболочки при этом принимались упругими и изотропными. Проведено исследование влияния кривизны оболочки на рост прогиба за счет ползучести на примере сферической оболочки, шарнирно опертой по контуру и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой. Установлено, что с ростом кривизны оболочки влияние ползучести на прогиб снижается и может быть сведено к нулю.

Ключевые слова: трехслойная полая оболочка, ползучесть, потенциальная энергия деформации, метод конечных элементов.

Вопросам расчета трехслойных пластин и оболочек посвящено достаточно много публикаций, в т.ч. [1—11]. Но в большинстве из них расчет, как правило, ведется исключительно в упругой постановке. Однако пенопластам, используемым в трехслойных конструкциях в качестве среднего слоя, помимо упругих свойств, присуща вязкость [11, 12]. Поэтому для адекватного описания напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек необходимо привлекать аппарат теории ползучести [13, 14]. Приближенная методика расчета трехслойной пластинки с учетом ползучести среднего слоя приводится в [12]. В настоящей работе рассматривается расчет методом конечных элементов трехслойных оболочек.

Оболочка представляется как совокупность плоских треугольных элементов. Используемый конечный элемент изображен на рис. 1. В каждом узле такого элемента имеется пять степеней свободы: перемещения верхней обшивки u_i^B , v_i^B ; перемещения нижней обшивки u_i^H , v_i^H и прогиб w_i . Толщины обшивок t_n и t_b считаем малыми по сравнению с толщиной оболочки h . Кроме того, принимаем, что внешние слои передают нормальные и касательные усилия в своей плоскости, а средний слой работает только на сдвиг.

Рис. 1. Треугольный трехслойный конечный элемент

Перемещения в пределах элемента могут быть выражены через узловые перемещения следующим образом:

$$u^{B(H)} = N_1 u_1^{B(H)} + N_2 u_2^{B(H)} + N_3 u_3^{B(H)}; \quad v^{B(H)} = N_1 v_1^{B(H)} + N_2 v_2^{B(H)} + N_3 v_3^{B(H)};$$

$$w = N_1 w_1 + N_2 w_2 + N_3 w_3,$$

где $N_i = \frac{1}{2A}(a_i + b_i x + c_i y)$ — функции формы; A — площадь элемента.

$$a_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2; \quad a_2 = x_3 y_1 - x_1 y_3; \quad a_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1; \quad b_1 = y_2 - y_3;$$

$$b_2 = y_3 - y_1; \quad b_3 = y_1 - y_2; \quad c_1 = x_3 - x_2; \quad c_2 = x_1 - x_3; \quad c_3 = x_2 - x_1,$$

где x_i, y_i — координаты узлов.

Деформации элемента определяются следующим образом [15]:

$$\varepsilon_x^{B(H)} = \frac{\partial u^{B(H)}}{\partial x} = \frac{1}{2A}(b_1 u_1^{B(H)} + b_2 u_2^{B(H)} + b_3 u_3^{B(H)});$$

$$\varepsilon_y^{B(H)} = \frac{\partial v^{B(H)}}{\partial y} = \frac{1}{2A}(c_1 v_1^{B(H)} + c_2 v_2^{B(H)} + c_3 v_3^{B(H)});$$

$$\gamma_{xy}^{B(H)} = \frac{\partial u^{B(H)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{B(H)}}{\partial x} = \frac{1}{2A}(c_1 u_1^{B(H)} + c_2 u_2^{B(H)} + c_3 u_3^{B(H)} + b_1 v_1^{B(H)} + b_2 v_2^{B(H)} + b_3 v_3^{B(H)});$$

$$\gamma_{zx}^c = \frac{u^H - u^B}{h} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{b_1 w_1 + b_2 w_2 + b_3 w_3}{2A} + \frac{N_1(u_1^H - u_1^B) + N_2(u_2^H - u_2^B) + N_3(u_3^H - u_3^B)}{h};$$

$$\gamma_{zy}^c = \frac{v^H - v^B}{h} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{c_1 w_1 + c_2 w_2 + c_3 w_3}{2A} + \frac{N_1(v_1^H - v_1^B) + N_2(v_2^H - v_2^B) + N_3(v_3^H - v_3^B)}{h}.$$

Или в матричном виде

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\}, \text{ где } \{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x^H \quad \varepsilon_y^H \quad \gamma_{xy}^H \quad \varepsilon_x^B \quad \varepsilon_y^B \quad \gamma_{xy}^B \quad \gamma_{zx}^c \quad \gamma_{zy}^c\}^T;$$

$$\{U\} = \{\{\rho_1\} \quad \{\rho_2\} \quad \{\rho_3\}\}^T; \quad \{\rho_i\} = \{u_i^H \quad v_i^H \quad u_i^B \quad v_i^B \quad w_i\}.$$

Потенциальная энергия деформации записывается в виде

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_A t^H (\sigma_x^H \varepsilon_x^H + \sigma_y^H \varepsilon_y^H + \tau_{xy}^H \gamma_{xy}^H) + t^B (\sigma_x^B \varepsilon_x^B + \sigma_y^B \varepsilon_y^B + \tau_{xy}^B \gamma_{xy}^B) +$$

$$+ h [\tau_{zx}^c (\gamma_{zx}^c - \gamma_{zx}^{c*}) + \tau_{zy}^c (\gamma_{zy}^c - \gamma_{zy}^{c*})] dA = \frac{1}{2} \int_A \{N\}^T (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^*\}) dA,$$

где $\{N\}^T = \{N_x^H \quad N_y^H \quad N_{xy}^H \quad N_x^B \quad N_y^B \quad N_{xy}^B \quad Q_{zx} \quad Q_{zy}\}$ — вектор внутренних усилий в элементе; $\{\varepsilon^*\} = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \gamma_{zx}^{c*} \quad \gamma_{zy}^{c*}\}^T$ — вектор деформаций ползучести.

Связь между внутренними усилиями и деформациями имеет вид

$$\{N\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^*\}), \quad (1)$$

$$\text{где } [D] = \begin{bmatrix} [D^H] & & \\ & [D^B] & \\ & & [D^3] \end{bmatrix} \text{ — матрица упругих постоянных;}$$

$$[D^3] = G_3 h \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; [D^{B(n)}] = \frac{E^{B(n)} t^{B(n)}}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{bmatrix}.$$

Подставив (1) в выражение для потенциальной энергии деформации и далее применив принцип минимума полной энергии, получим систему линейных алгебраических уравнений

$$[K]\{U\} = \{F_q\} + \{F^*\},$$

где $[K] = \int_A [B]^T [D] [B] dA$ — матрица жесткости; $\{F_q\}$ — вектор внешних узловых нагрузок; $\{F^*\} = \int_A [B]^T dA [D] \{\epsilon^*\}$ — вклад деформаций ползучести в вектор узловых нагрузок.

Выражения для матрицы жесткости и вектора нагрузки записаны в локальной системе координат. Для составления системы уравнений МКЭ необходимо для каждого элемента выполнить преобразование к глобальным координатам.

Был выполнен расчет сферической оболочки, изображенной на рис. 2, загруженной равномерно распределенной нагрузкой, при следующих исходных данных: модуль упругости обшивок $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; коэффициент Пуассона обшивок $\nu = 0,3$; толщина обшивок $t = 1,5$ мм; толщина оболочки $h = 80$ мм; модуль сдвига заполнителя $G_3 = 2,5$ МПа; радиус оболочки в плане $r = 8$ м.

Рис. 2. Сферическая шарнирно опертая по контуру оболочка

Закон ползучести принимался в виде

$$G_3 \gamma_i = \tau_i + \int_{-\infty}^t \tau_i K(t - \tau) d\tau, \quad i = (xz, yz), \quad (2)$$

где γ_i — сдвиговая деформация заполнителя; τ_i — касательное напряжение в заполнителе.

Ядро ползучести было принято в виде

$$K(t - \tau) = C_3 e^{-\alpha_3(t - \tau)}, \quad C_3 = \alpha_3 = 0,077 \frac{1}{\text{час}}.$$

При таком ядре закон ползучести (2) представляется в дифференциальной форме

$$\frac{\partial \gamma_i^*}{\partial t} = \frac{C_3}{G_3} \tau_i - \alpha_3 \gamma_i^*,$$

где γ_i^* — сдвиговые деформации ползучести заполнителя.

Дифференциальная форма закона ползучести позволяет вести расчет шаговым методом, определяя деформации ползучести в следующий момент времени при помощи линейной аппроксимации [16—20].

Расчет производился при различных значениях радиуса кривизны оболочки. На рис. 3 показаны графики роста прогиба по отношению к прогибу в начальный момент времени $w(t)/w(0)$ в точке A при следующих значениях R : a — $R = 112$ м; b — $R = 224$ м; $в$ — $R = 336$ м; $г$ — $R = 672$ м; d — $R = \infty$. Из рисунка видно, что с увеличением кривизны оболочки эффект ползучести снижается. Для пластины (при $R = \infty$) отношение $w(\infty)/w(0)$ составило 1,34, а при $R = 112$ м прогиб за счет ползучести вырос всего на 3 %.

Рис. 3. Сферическая шарнирно опертая по контуру оболочка

Таким образом, для трехслойных оболочек большой кривизны ползучесть заполнителя не оказывает влияния на прогиб.

Библиографический список

1. Коваленко В.А., Кондратьев А.В. Применение полимерных композиционных материалов в изделиях ракетно-космической техники как резерв повышения ее массовой и функциональной эффективности // *Авиационно-космическая техника и технология*. 2011. № 5. С. 14—20.
2. Леоненко Д.В. Радиальные собственные колебания упругих трехслойных цилиндрических оболочек // *Механика машин, механизмов и материалов*. 2010. № 3 (12). С. 53—56.
3. Бакулин В.Н. Неклассические уточненные модели в механике трехслойных оболочек // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011. № 4-5. С. 1989—1991.
4. Земсков А.В., Пухлий В.А., Померанская А.К., Тарлаковский Д.В. К расчету напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек переменной жесткости // *Вестник Московского авиационного института*. 2011. Т. 18. № 1. С. 26.
5. Кириченко В.Ф. О существовании решений в связанной задаче термоупругости для трехслойных оболочек // *Известия высших учебных заведений. Математика*. 2012. № 9. С. 66—71.
6. Сухинин С.Н. Математическое и физическое моделирование в задачах устойчивости трехслойных композитных оболочек // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011. № 4-5. С. 2521—2522.
7. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. О некоторых подходах к построению уточненных моделей теории анизотропных оболочек переменной толщины // *Математичні методи та фізико-механічні поля*. 2014. Т. 7. С. 21—25.

8. Бакулин В.Н. Эффективные модели для уточненного анализа деформированного состояния трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // Доклады Академии наук. 2007. Т. 414. № 5. С. 613—617.

9. Смердов А.А., Фан Тхе Шон. Расчетный анализ и оптимизация многослойных композитных несущих оболочек // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2014. № 11 (656). С. 90—98.

10. Бакулин В.Н. Построение аппроксимаций и моделей для исследования напряженно-деформированного состояния слоистых неосесимметричных оболочек // Математическое моделирование. 2007. Т. 19. № 12. С. 118—128.

11. Garrido M., Correia J., Branco F. Creep behavior of sandwich panels with rigid polyurethane foam core and glass-fibre reinforced polymer faces: Experimental tests and analytical modeling // Journal of Composite Materials. 2013. Pp. 21—28.

12. Языев Б.М., Чепурненко А.С., Литвинов С.В., Языев С.Б. Расчет трехслойной пластинки методом конечных элементов с учетом ползучести среднего слоя // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2014. № 33. С. 47—55.

13. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М. : Наука, 1966. 752 с.

14. Качанов Л.М. Теория ползучести. М. : Физматгиз, 1960. 680 с.

15. Вольмир А.С. Гибкие пластинки и оболочки. М. : Изд-во Техничко-теоретической литературы, 1956. 419 с.

16. Andreev V.I., Yazyev B.M., Chepurnenko A.S. On the bending of a thin plate at nonlinear creep // Advanced Materials Research. Trans Tech Publications, Switzerland. 2014. Vol. 900. Pp. 707—710.

17. Андреев В.И. Об устойчивости полимерных стержней при ползучести // Механика композитных материалов. 1968. № 1. С. 22—28.

18. Чепурненко А.С., Андреев В.И., Языев Б.М. Энергетический метод при расчете на устойчивость сжатых стержней с учетом ползучести // Вестник МГСУ. 2013. № 1. С. 101—108.

19. Андреев В.И., Языев Б.М., Чепурненко А.С. Осесимметричный изгиб круглой гибкой пластинки при ползучести // Вестник МГСУ. 2014. № 5. С. 16—24.

20. Козельская М.Ю., Чепурненко А.С., Литвинов С.В. Расчет на устойчивость сжатых полимерных стержней с учетом температурных воздействий и высокоэластических деформаций // Научно-технический вестник Поволжья. 2013. № 4. С. 190—194.

Поступила в редакцию в мае 2015 г.

Об авторах: **Андреев Владимир Игоревич** — доктор технических наук, профессор, академик РААСН, заведующий кафедрой сопротивления материалов, **Московский государственный строительный университет** (ФГБОУ ВПО «МГСУ»), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, 8 (499) 483-55-57, asv@mgsu.ru;

Языев Батыр Меретович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов, **Ростовский государственный строительный университет** (ФГБОУ ВПО «РГСУ»), 344022, г. Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, д. 162, 8 (863) 201-91-09, 277588@rambler.ru;

Чепурненко Антон Сергеевич — ассистент кафедры сопротивления материалов, **Ростовский государственный строительный университет** (ФГБОУ ВПО «РГСУ»), 344022, г. Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, д. 162, 8 (863) 201-91-36, anton_chepurnenk@mail.ru;

Литвинов Степан Викторович — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры сопротивления материалов, **Ростовский государственный строительный университет** (ФГБОУ ВПО «РГСУ»), 344022, г. Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, д. 162, 8 (863) 201-91-36, litvstep@gmail.com.

Для цитирования: Андреев В.И., Языев Б.М., Чепурненко А.С., Литвинов С.В. Расчет трехслойной пологой оболочки с учетом ползучести среднего слоя // Вестник МГСУ. 2015. № 7. С. 17—24.

V.I. Andreev, B.M. Yazyev, A.S. Chepurnenko, S.V. Litvinov

CALCULATION OF THE THREE-LAYER SHALLOW SHELL TAKING INTO ACCOUNT THE CREEP OF THE MIDDLE LAYER

The equations of the finite element method for calculation of sandwich shells taking into account creep were obtained. The shell is represented as a set of flat triangular elements. The thickness of the carrier layers is supposed to be small compared to the total thickness of the shell. It is assumed that the outer layers perceive normal stresses, and the average layer perceives the shear forces. In the derivation of governing equations we used variational Lagrange principle. According to this principle, the true moves of all the possible ones satisfying the boundary conditions, are the ones that give a minimum of the total energy. Total energy is the sum of the strain energy and the work of external forces.

The problem is reduced to a system of linear algebraic equations. On the right side of this system there is the vector of the sum of the external nodal forces and the contribution of creep strains to the load vector. The calculations were performed in mathematical package Matlab. As the law for description of the relationship between stress and creep strain, we used linear creep theory of heredity. If the core of creep is exponential, the creep law can be written in differential form. This allows the calculation by step method using a linear approximation of the time derivative. The model problem has been solved for a spherical shell hinged along the contour. The relationship between the curvature of shell and the growth of deflections was analyzed. It was found out that for the shells of large curvature the creep has no appreciable effect on the deflections.

Key words: three-layer shallow shell, creep, potential energy of deformation, finite element method.

References

1. Kovalenko V.A., Kondrat'ev A.V. *Primenenie polimernykh kompozitsionnykh materialov v izdeliyakh raketno-kosmicheskoy tekhniki kak rezerv povysheniya ee massovoy i funktsional'noy effektivnosti* [The Use of Polymeric Composite Materials in Rocket and Space Technology as a Reserve to Increase Its Mass and Functional Efficiency]. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya* [Aerospace Technics and Technology]. 2011, no. 5, pp. 14—20. (In Russian)
2. Leonenko D.V. *Radial'nye sobstvennyye kolebaniya uprugikh trekhslonnykh tsilindricheskikh obolochek* [Radial Natural Vibrations of Elastic Three-Layer Cylindrical Shells]. *Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov* [Mechanics of Machines, Tools and Materials]. 2010, no. 3 (12), pp. 53—56. (In Russian)
3. Bakulin V.N. *Neklassicheskie utochnennyye modeli v mekhanike trekhslonnykh obolochek* [Non-classical Refined Models in the Mechanics of Sandwich Shells]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo* [Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod]. 2011, no. 4-5, pp. 1989—1991. (In Russian)
4. Zemskov A.V., Pukhliy V.A., Pomeranskaya A.K., Tarlakovskiy D.V. *K raschetu napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya trekhslonnykh obolochek peremennoy zhestkosti* [Calculation of the Stress-Strain State of Sandwich Shells with Variable Rigidity]. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta* [Bulletin of Moscow Aviation Institute]. 2011, vol. 18, no. 1, p. 26. (In Russian)
5. Kirichenko V.F. *O sushchestvovanii resheniy v svyazannoy zadache termouprugosti dlya trekhslonnykh obolochek* [Existence of the Solutions to a Connected Problem of Thermoelasticity of Sandwich Shells]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Matematika* [Russian Mathematics]. 2012, no. 9, pp. 66—71. (In Russian)
6. Sukhinin S.N. *Matematicheskoe i fizicheskoe modelirovanie v zadachakh ustoychivosti trekhslonnykh kompozitnykh obolochek* [Mathematical and Physical Modeling in Problems of Stability of Three-Layer Composite Shells]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo* [Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod]. 2011, no. 4-5, pp. 2521—2522. (In Russian)

7. Grigorenko Ya.M., Vasilenko A.T. O nekotorykh podkhodakh k postroeniyu utochnen-nykh modeley teorii anizotropnykh obolochek peremennoy tolshchiny [On Some Approaches to the Construction of the Specified Models of the Theory of Anisotropic Shells of Variable Thickness]. *Matematichni metodi ta fiziko-mekhanichni polya* [Mathematical Methods and Physical-Mechanical Fields]. 2014, vol. 7, pp. 21—25. (In Russian)
8. Bakulin V.N. Effektivnye modeli dlya utochnennogo analiza deformirovannogo sos-toyaniya trekhslonnykh neosesimmetrichnykh tsilindricheskikh obolochek [Effective Models for Proximate Analysis of the Deformed State of Three-Layered Non-Axisymmetric Cylindrical Shells]. *Doklady Akademii nauk* [Reports of the Russian Academy of Sciences]. 2007, vol. 414, no. 5, pp. 613—617. (In Russian)
9. Smerdov A.A., Fan Tkhe Shon. Raschetnyy analiz i optimizatsiya mnogostenochnykh kompozitnykh nesushchikh obolochek [Design Analysis and Optimization of Composite Bearing Shells]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2014, no. 11 (656), pp. 90—98. (In Russian)
10. Bakulin V.N. Postroenie approksimatsiy i modeley dlya issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya sloistnykh neosesimmetrichnykh obolochek [Construction of Approximations and Models for Investigation of Stressed-Stained State of Layered Not-Axisymmetric Shells]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Modeling]. 2007, vol. 19, no. 12, pp. 118—128. (In Russian)
11. Garrido M., Correia J., Branco F. Creep Behavior of Sandwich Panels with Rigid Polyurethane Foam Core and Glass-Fibre Reinforced Polymer Faces: Experimental Tests and Analytical Modeling. *Journal of Composite Materials*. 2013, pp. 21—28. DOI: <http://dx.doi.org/10.1177/0021998313496593>.
12. Yazyev B.M., Chepurenko A.S., Litvinov S.V., Yazyev S.B. Raschet trekhslonnoy plastinki metodom konechnykh elementov s uchetom polzuchesti srednego sloya [Calculation of Three-Layer Plates Using Finite Element Method Taking into Account the Creep of the Middle Layer]. *Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskies nauki* [Herald of Dagestan State Technical University. Technical Sciences]. 2014, no. 33, pp. 47—55. (In Russian)
13. Rabotnov Yu.N. *Polzuchest' elementov konstruktsiy* [Creep of Structural Elements]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 752 p. (In Russian)
14. Kachanov L.M. *Teoriya polzuchesti* [Creep Theory]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960, 680 p. (In Russian)
15. Vol'mir A.S. *Gibkie plastinki i obolochki* [Flexible Plates and Shells]. Moscow, Izdatel'stvo Tekhniko-teoreticheskoy literatury Publ., 1956, 419 p. (In Russian)
16. Andreev V.I., Yazyev B.M., Chepurenko A.S. On the Bending of a Thin Plate at Nonlinear Creep. *Advanced Materials Research. Trans Tech Publications, Switzerland*. 2014, vol. 900, pp. 707—710. DOI: <http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.900.707>.
17. Andreev V.I. Ob ustoychivosti polimernykh sterzhney pri polzuchesti [The Stability of Polymer Rods at Creep]. *Mekhanika kompozitnykh materialov* [Mechanics of Composite Materials]. 1968, no. 1, pp. 22—28. (In Russian)
18. Chepurenko A.S., Andreev V.I., Yazyev B.M. Energeticheskii metod pri raschete na ustoychivost' szhatykh sterzhney s uchetom polzuchesti [Energy Method of Analysis of Stability of Compressed Rods with Regard for Creeping]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2013, no. 1, pp. 101—108. (In Russian)
19. Andreev V.I., Yazyev B.M., Chepurenko A.S. Osesimmetrichnyy izgib krugloy gibkoy plastinki pri polzuchesti [Axisymmetric Bending of a Round Elastic Plate in Case of Creep]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2014, no. 5, pp. 16—24. (In Russian)
20. Kozel'skaya M.Yu., Chepurenko A.S., Litvinov S.V. Raschet na ustoychivost' szhatykh polimernykh sterzhney s uchetom temperaturnykh vozdeystviy i vysokoelasticheskikh deformatsiy [Stability Calculation of Compressed Polymer Rods with Account for Temperature Effects and Vysokoelaplastic Deformations]. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik Povolzh'ya* [Scientific and Technical Volga region Bulletin]. 2013, no. 4, pp. 190—194. (In Russian)

About the authors: **Andreev Vladimir Igorevich** — Doctor of Technical Sciences, Professor, member of the academy, Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, chair, Department of Strength of Materials, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; +7 (499) 483-55-57; asv@mgsu.ru;

Yazyev Batyr Meretovich — Doctor of Technical Sciences, Professor, chair, Department of Strength of Materials, **Rostov State University of Civil Engineering (RSUCE)**, 162 Sotsialisticheskaya str., Rostov-on-Don, 344022, Russian Federation; +7 (863) 201-91-09; 277588@rambler.ru;

Chepurnenko Anton Sergeevich — Assistant Lecturer, Department of Strength of Materials, **Rostov State University of Civil Engineering (RSUCE)**, 162 Sotsialisticheskaya str., Rostov-on-Don, 344022, Russian Federation; +7 (863) 201-91-36, anton_chepurnenk@mail.ru;

Litvinov Stepan Viktorovich — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Strength of Materials, **Rostov State University of Civil Engineering (RSUCE)**, 162 Sotsialisticheskaya str., Rostov-on-Don, 344022, Russian Federation; +7 (863) 201-91-36, litvstep@gmail.com.

For citation: Andreev V.I., Yazyev B.M., Chepurnenko A.S., Litvinov S.V. Raschet trekhslonnoy pologoy obolochki s uchetom polzuchesti srednego sloya [Calculation of the Three-Layer Shallow Shell Taking into Account the Creep of the Middle Layer]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2015, no. 7, pp. 17—24. (In Russian)