ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ НАЗНАЧЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО СОСТАВА СТРОИТЕЛЬНЫХ БРИГАД

Е.В. Тарарушкин

Российский университет транспорта (МИИТ), 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9

Предмет исследования: создание математической модели на базе теории исследований операций для назначения состава строительных бригад при выполнении строительно-монтажных и отделочных работ.

Цели: назначение составов строительных бригад из условия максимально возможного качества составов, которое определяется квалификацией, опытом рабочего и необходимостью назначения рабочего для определенного вида работ. Задача поиска оптимальных составов бригад поставлена в виде задачи линейного программирования.

Методы: для решения поставленной задачи использовался симплекс-метод совместно с методом ветвей и границ для получения целочисленных решений. Для реализации методов решения использовался язык программирования математического пакета Matlab.

Результаты: создана математическая модель для назначения рабочих в строительные бригады. Приведен пример реализации полученной математической модели.

Выводы: поставленную математическую задачу можно использовать в практических целях при планировании и организации строительного производства. Использование модели проектировщиками поможет сократить их временные ресурсы, снизить трудоемкость работы и более качественно выполнить назначение рабочих в строительные бригады, особенно при проектировании строительства крупных объектов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: качество строительных работ, рабочий, бригада, захватка, задача линейного программирования, симплекс-метод, метод ветвей и границ

Благодарности: выражаю благодарность Фетисову Д.А. (к.ф.-м.н., доцент кафедры математического моделирования МГТУ им. Н.Э. Баумана) за помощь при написании выпускной квалификационной работы на тему «Решение задачи о назначении экипажей воздушных судов» по специальности «Прикладная математика». Также выражаю благодарность независимым рецензентам за проверку текста статьи.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Тарарушкин Е.В. Применение метода линейного программирования для назначения оптимального состава строительных бригад // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 1 (112). С. 80–86.

APPLICATION OF THE LINEAR PROGRAMMING METHOD FOR CHOOSING OPTIMAL STRUCTURE OF CONSTRUCTION TEAM

E.V. Tararushkin

Russian University of Transport (MIIT),
9, bld. 9, Obraztsov st., Moscow, 127994, Russian Federation

Subject: creation of a mathematical model based on the theory of operations research for appointing the members of construction teams when executing construction, installation and finishing works in civil engineering.

Research objectives: optimization of the construction team structure from the condition of the highest possible quality of teams, which is determined by qualification, experience of the worker and the need to appoint a worker for a certain type of works. The problem of finding the optimal composition of the team is formulated as a linear programming problem.

Materials and methods: to solve the given problem, a simplex algorithm was used in combination with the branch and bound method to obtain an integer value solution. The programming language of the mathematical package Matlab was used to implement the indicated methods of solution.

Results: a mathematical model was created for appointing workers of construction teams. An example of realization of the obtained mathematical model is given.

Conclusions: this mathematical model can be used for practical purposes for planning and organization of the construction process. The use of the model by designers will help to reduce their time expenditures, reduce the labor intensity of work and better perform the assignment of workers to construction teams, especially when designing large-scale construction projects.

KEY WORDS: quality of construction works, worker, construction team, construction staging, linear programming problem, simplex algorithm, branch and bound method

FOR CITATION: Tararushkin E.V. Primenenie metoda lineynogo programmirovaniya dlya naznacheniya optimal'nogo sostava stroitel'nykh brigad [Application of the linear programming method for choosing optimal structure of construction team]. Vestnik MGSU [Proceedings of the Moscow State University of Civil Engineering]. 2018, vol. 13, issue 1 (112), pp. 80–86.

ВВЕДЕНИЕ

При планировании и организации строительного производства назначение рабочих на конкретные виды работ выполняется инженерами-проектировщиками преимущественно «вручную». Проектировщики полагаются на свои профессиональные навыки и опыт. Для небольших строительных объектов такое назначение рабочих практически не влияет на качество работ, но при проектировании и возведении крупных объектов данный способ становится неуместным, так как проектировщики сталкиваются с анализом больших объемов данных, которые необходимо учитывать. Решением данной проблемы является создание и использование математических методов моделирования с последующей их реализацией в виде программ на ЭВМ. Главной целью таких программ является автоматизация назначения рабочих в строительные бригады, что существенно поможет проектировщику. Автоматизация позволит более качественно выполнить анализ данных, сократить время для выполнения решения задачи о назначении, учесть требования к квалификации (разряд рабочего, стаж работы, опыт работы и др.) рабочих при формировании на отдельные виды работ.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Задача о назначениях является частным случаем задачи линейного программирования теории исследований операций [1, 2]. Некоторые виды задач линейного программирования применяются при планировании и организации строительного производства [3, 4]: транспортная задача, задача оптимального размещения строительной базы, распределительная задача и др.

Задачи о назначении оптимальных составов рабочих групп является модифицированной задачей о назначениях. Известны задачи о назначении составов рабочих групп в таких отраслях, как железнодорожные и авиаперевозки [5–8].

МЕТОДЫ

Составим математическую задачу поиска оптимального состава строительных бригад для работ на захватках строительного объекта с учетом временных интервалов выполнения работ. Пусть необходимо составить бригады на строительномонтажные работы на захватках с определенным количеством рабочих с учетом временных интервалов выполнения работ, так чтобы качество работ на захватках объекта было максимально возможным. Работы бригадами на захватках выполняются последовательно. Автор рассмотрел задачу назначения состава рабочих звеньев методом линейного программирования, но без учета временного интервала исполнения работ [9].

Постановка задачи.

1. В штате строительной организации N типов (профессий (монтажник, сварщик и др.) рабочих – членов бригад, назначаемых для работ на захватку.

2. Имеется n_i рабочих i -го типа, $i = \overline{1, N}$, так что каждый конкретный рабочий определяется парой (i, j) , где i — тип рабочего; j — порядковый номер рабочего среди рабочих i -го типа, $j = \overline{1, n_i}$.

3. Квалификация рабочего (i, j) q_{ij} (сюда входят опыт работы, разряд рабочего и др.) может принимать значение из отрезка $[0, 1]$.

4. Учет квалификации должен зависеть от степени необходимости рабочего для определенного вида работ, поэтому вводится вес a_p , с которым учитывается степень необходимости i -го типа рабочего (a_i может принимать только натуральные значения), так что квалификация рабочего (i, j) , которой оперирует проектировщик, вычисляется по формуле $a_i q_{ij}$, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, n_i}$.

5. В соответствии с количественным составом назначаемой бригады и временем выполнения работ строительный объект разбит на M захваток; каждая захватка однозначно определяется парой чисел (k, l) , где k — порядковый номер захватки; l — порядковый номер временного интервала для выполнения строительномонтажных работ (месяц, неделя и др.); $k = \overline{1, M}$, $l = \overline{1, m_k}$, m_k — количество временных интервалов необходимых для завершения работ на захватке с номером k .

6. На захватку под номером k необходимо назначить b_k^k сотрудников i -го типа; двоичная переменная x_{ij}^{kl} принимает значение единицы, если сотрудник (i, j) назначен на захватку (k, l) , и значение нуля в противном случае; таким образом, в постановке задачи присутствует ограничение

$$\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^{kl} = b_i^k, \quad i = \overline{1, N}, \quad k = \overline{1, M}, \quad l = \overline{1, m_k}.$$

7. Некоторые рабочие могут быть закреплены за каким-либо видом работ на определенный временной интервал работ на захватке по желанию проектировщика; некоторым рабочим может быть запрещено работать на каком-либо виде работ на определенном временном интервале по желанию проектировщика, т.е. в постановке задачи возможны ограничения вида $x_{ij}^{kl} = 1$ для некоторых наборов i, j, k, l и ограничение вида $x_{ij}^{kl} = 0$ для некоторых наборов i, j, k, l .

8. Должна быть предусмотрена возможность некоторых рабочих в обязательном порядке работать вместе на какой-либо захватке, т.е. возможны ограничения вида

$$x_{i_1 j_1}^{kl} + x_{i_2 j_2}^{kl} = 2$$

для некоторых значений k, l и некоторых пар $(i_1, j_1), (i_2, j_2)$.

9. Должна быть предусмотрена возможность учета пожеланий рабочих при работе на захватках,

т.е. для некоторых рабочих (i, j) допускается наличие ограничений вида

$$\sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^{m_k} d_{ij,1}^{kl} x_{ij}^{kl} \leq h_{ij,1},$$

$$\sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^{m_k} d_{ij,2}^{kl} x_{ij}^{kl} \leq h_{ij,2},$$

$$\sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^{m_k} d_{ij,3}^{kl} x_{ij}^{kl} \leq h_{ij,3},$$

$$d_{ij,1}^{kl}, d_{ij,2}^{kl}, d_{ij,3}^{kl} \in \{-1, 0, 1\}; h_{ij,1}, h_{ij,2}, h_{ij,3} \in N \cup \{0\}.$$

Абсолютное качество работ на захватке (k, l) определяется выражением

$$Q_{abs}^{kl} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} a_i q_{ij} x_{ij}^{kl}.$$

Максимальное качество работ на захватке k -го номера, которое возможно достичь, задается формулой

$$Q_{max}^k = \sum_{i=1}^N a_i b_i^k.$$

Поскольку численность бригад на разных захватках может быть разная, то для сравнения качества работ на захватках нужно использовать не абсолютное, а относительное качество, которое для захватки (k, l) определяется соотношением

$$Q_{rel}^{kl} = \frac{Q_{abs}^{kl}}{Q_{max}^{kl}}.$$

Цель поставленной задачи — сформировать составы бригад на захватках так, чтобы обеспечить по возможности максимальное качество работ на захватках строительного объекта, т.е. нужно рассмотреть целевую функцию следующего вида

$$f(x) = \sum_{(k,l)} \frac{Q_{abs}^{kl}}{Q_{max}^{kl}} \rightarrow \max. \quad (1)$$

Поставленная выше задача оптимального назначения рабочих в бригады в описанной постановке является задачей линейного программирования. Для решения данной задачи используется симплекс-метод в совокупности с методом ветвей и границ для получения целочисленных решений [10–12].

Симплекс-метод является итерационным методом решения задачи линейного программирования. Задачей симплекс-метода является оптимизация целевой функции. Оптимизация осуществляется при переходе от одного базиса допустимых решений к другому базису. Оценки оптимальности соответствуют отклонениям относительно целевой функции. Когда все оценки оптимальности положительны, тогда целевая функция достигает максимума.

Метод ветвей и границ является методом решения различных задач комбинаторного типа, особенностью которых является не полный, а частичный

перебор вариантов в организованном поиске оптимума. Метод ветвей и границ разбивает множества допустимых решений на подмножества, для каждого из которых конкретным образом может быть установлена граница достижения экстремума. Поиск целочисленного решения выполняется на разбитых подмножествах, в которых может лежать лучшее решение. Если полученное целочисленное решение одной из подзадач оказывается лучше имеющегося, то оно фиксируется вместо зафиксированного ранее и происходит изменение границы задачи. Процесс ветвления продолжается до тех пор, пока каждая из подзадач не приведет к целочисленному решению или пока не будет установлена невозможность улучшения имеющегося решения.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Пусть необходимо выполнить строительно-монтажные работы на строительном объекте. Объект состоит из двух захваток ($M = 2$). Часть работ одной бригадой на одной захватке выполняется за один месяц. Всего на окончание работ на одной захватке отводится 3 мес. ($m_k = 3$). Для выполнения определенных работ на захватках строительного объекта у строительной организации имеется три типа профессий рабочих, например монтажники, бетонщики и арматурщики ($N = 3$). Для первого типа пять рабочих ($n_1 = 5$), для второго — восемь рабочих ($n_2 = 8$), для третьего — шесть рабочих ($n_3 = 6$). Необходимо назначить составы рабочих бригад для работ на захватках. Назначение состава бригад необходимо выполнить с учетом максимизации качества работ. Все работы выполняются последовательно.

Векторы квалификации для рабочих следующие:

$q_{1,j} = [0,8 \ 0,7 \ 0,6 \ 0,5 \ 0,4]$ — для рабочих первого типа;

$q_{2,j} = [0,8 \ 0,3 \ 0,4 \ 0,3 \ 0,7 \ 0,9 \ 0,8 \ 0,4]$ — для рабочих второго типа;

$q_{3,j} = [0,6 \ 0,8 \ 0,4 \ 0,6 \ 0,7 \ 0,3]$ — для рабочих третьего типа.

Таким образом, матрица квалификаций рабочих выглядит следующим образом:

$$q_{i,j} = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,7 & 0,6 & 0,5 & 0,4 & 0,0 & 0,0 & 0,8 \\ 0,8 & 0,3 & 0,4 & 0,3 & 0,7 & 0,9 & 0,8 & 0,4 \\ 0,6 & 0,8 & 0,4 & 0,6 & 0,7 & 0,3 & 0,0 & 0,0 \end{bmatrix}.$$

Весовой вектор квалификаций для рабочих разных типов: $a = [2 \ 1 \ 1]$

Вектор ограничений b выглядит следующим образом:

$$b = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Целевая функция (1) с учетом заранее вычисленных коэффициентов при неизвестных переменных (показаны первые и последние три члена)

$$f(x) = \frac{8}{55}x_{11}^{11} + \frac{7}{55}x_{12}^{11} + \frac{6}{55}x_{13}^{11} + \dots + \frac{3}{55}x_{34}^{23} + \frac{7}{110}x_{35}^{23} + \frac{3}{110}x_{36}^{23} \rightarrow \max.$$

Система ограничений из п. 6. постановки задачи:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11}^{11} + x_{12}^{11} + x_{13}^{11} + x_{14}^{11} + x_{15}^{11} = 2 \\ x_{21}^{11} + x_{22}^{11} + x_{23}^{11} + x_{24}^{11} + x_{25}^{11} + x_{26}^{11} + x_{27}^{11} + x_{28}^{11} = 3 \\ x_{31}^{11} + x_{32}^{11} + x_{33}^{11} + x_{34}^{11} + x_{35}^{11} + x_{36}^{11} = 4 \\ \vdots \\ x_{11}^{13} + x_{12}^{13} + x_{13}^{13} + x_{14}^{13} + x_{15}^{13} = 2 \\ x_{21}^{13} + x_{22}^{13} + x_{23}^{13} + x_{24}^{13} + x_{25}^{13} + x_{26}^{13} + x_{27}^{13} + x_{28}^{13} = 3 \\ x_{31}^{13} + x_{32}^{13} + x_{33}^{13} + x_{34}^{13} + x_{35}^{13} + x_{36}^{13} = 4 \\ x_{11}^{21} + x_{12}^{21} + x_{13}^{21} + x_{14}^{21} + x_{15}^{21} = 2 \\ x_{21}^{21} + x_{22}^{21} + x_{23}^{21} + x_{24}^{21} + x_{25}^{21} + x_{26}^{21} + x_{27}^{21} + x_{28}^{21} = 4 \\ x_{31}^{21} + x_{32}^{21} + x_{33}^{21} + x_{34}^{21} + x_{35}^{21} + x_{36}^{21} = 3 \\ \vdots \\ x_{11}^{23} + x_{12}^{23} + x_{13}^{23} + x_{14}^{23} + x_{15}^{23} = 2 \\ x_{21}^{23} + x_{22}^{23} + x_{23}^{23} + x_{24}^{23} + x_{25}^{23} + x_{26}^{23} + x_{27}^{23} + x_{28}^{23} = 4 \\ x_{31}^{23} + x_{32}^{23} + x_{33}^{23} + x_{34}^{23} + x_{35}^{23} + x_{36}^{23} = 3. \end{array} \right.$$

Пояснение ограничений в системе на примере следующего ограничения:

$$x_{11}^{11} + x_{12}^{11} + x_{13}^{11} + x_{14}^{11} + x_{15}^{11} = 2$$

(с первого по пятого рабочие из первого типа могут быть назначены в количестве двух человек на первую захватку на первый месяц работ).

Система ограничений из п. 7 постановки задачи имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11}^{11} = 0 \\ x_{13}^{11} = 0 \\ x_{32}^{11} = 1 \\ x_{31}^{12} = 0 \\ x_{12}^{21} = 0 \\ x_{35}^{21} = 0 \\ x_{21}^{22} = 1 \\ x_{35}^{22} = 1 \\ x_{12}^{23} = 0 \\ x_{28}^{23} = 1. \end{array} \right.$$

Пояснение ограничений в системе на примере следующих ограничений:

$$x_{11}^{11} = 0$$

(первый рабочий из первого типа не может быть назначен на первую захватку на первый месяц работ);

$$x_{32}^{11} = 1$$

(второй рабочий из третьего типа обязан быть назначен на работу на первую захватку в первом месяце).

Система ограничений из п. 8 постановки задачи имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{21}^{11} + x_{23}^{11} = 2 \\ x_{23}^{12} + x_{25}^{12} = 2 \\ x_{22}^{21} + x_{24}^{21} = 2 \\ x_{35}^{23} + x_{36}^{23} = 2. \end{array} \right.$$

Пояснение ограничений в системе на примере следующего ограничения:

$$x_{21}^{11} + x_{23}^{11} = 2$$

(первый и третий рабочие из второго типа обязаны быть назначены на первую захватку на первый месяц работ).

Система ограничений из п. 8 постановки задачи имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{12}^{11} + x_{12}^{12} + x_{12}^{13} \leq 1 \\ x_{12}^{11} - x_{12}^{12} \leq 0 \\ x_{14}^{11} + x_{14}^{12} + x_{14}^{13} \leq 2 \\ x_{14}^{11} - x_{14}^{13} \leq 0 \\ x_{13}^{11} + x_{13}^{12} + x_{13}^{13} + x_{13}^{21} + x_{13}^{22} + x_{13}^{23} \leq 2 \\ x_{13}^{21} - x_{13}^{22} \leq 0. \end{array} \right.$$

Пояснение ограничений в системе на примере следующих ограничений:

$$x_{12}^{11} + x_{12}^{12} + x_{12}^{13} \leq 1$$

(второй рабочий из первого типа может быть назначен максимум на один месяц работы на первой захватке);

$$x_{12}^{11} - x_{12}^{12} \leq 0$$

(второй рабочий из первого типа не может быть одновременно назначен на первый месяц работы на первой захватке и на второй месяц на первой захватке);

$$x_{14}^{11} + x_{14}^{12} + x_{14}^{13} \leq 2$$

(четвертый рабочий из первого типа может быть назначен не более чем на два месяца работы на первой захватке).

Требование целочисленности имеет вид

$$x_{ij}^{kl} \in \{0, 1\}, \text{ при}$$

$$k = \overline{1, 2}, l = \overline{1, 3}, i = \overline{1, 3}, j_1 = \overline{1, 5}, j_2 = \overline{1, 8}, j_3 = \overline{1, 6}.$$

На языке программирования математического пакета Matlab [13, 14] была написана реализации симплекс-метода и метода ветвей и границ для решения задачи о назначении оптимального состава

Дерево решения примера

строительных бригад в постановке задачи линейного программирования. Дерево решения задачи представлено на рис.

На итерации под номером 1 все значения переменных оказались целочисленными (нуль или единица), кроме следующих переменных:

$$x_{12}^{11} = 0,5, x_{15}^{11} = 0,5, x_{12}^{12} = 0,5, x_{13}^{12} = 0,5, \\ x_{13}^{21} = 0,25, x_{15}^{21} = 0,75, x_{12}^{22} = 0,75, x_{13}^{22} = 0,25,$$

Значение целевой функции составило $f = 881/220$.

Переход на итерацию под номером 2 осуществлялся при $x_{12}^{11} = 0$. На этой итерации все значения переменных оказались целочисленными (нуль или единица), кроме следующих переменных:

$$x_{13}^{21} = 0,5, x_{15}^{21} = 0,5, x_{12}^{22} = 0,5, x_{13}^{22} = 0,5,$$

Значение целевой функции составило $f = 439/110$.

Переход на итерацию под номером 3 осуществлялся при $x_{12}^{11} = 1$. На этой итерации множество всех решений оказалось пустым.

Переход на итерацию под номером 4 осуществлялся при $x_{13}^{21} = 0$. На этой итерации все значения переменных оказались целочисленными (нуль или единица). Значение целевой функции составило $f = 219/55$.

Переход на итерацию под номером 5 осуществлялся при $x_{13}^{21} = 1$. На этой итерации все значения переменных оказались целочисленными (нуль или единица). Значение целевой функции составило $f = 219/55$.

Как видно из дерева, решений целочисленных решений оказалось два и оба эквивалентных с точки зрения значений целевых функций, поэтому проектировщик может выбрать любое из них. Предположим, что проектировщик выбрал решение для итерации под номером 5. Составы рабочих бригад для итерации под номером 5 приведены в табл.

ВЫВОДЫ

Поставлена математическая задача назначения состава строительных бригад при выполнении строительно-монтажных и других видов строительных работ с учетом временного исполнения работ. Поставленная задача является задачей линейного программирования. Задача решалась симплекс-методом в совокупности с методом ветвей и границ для получения целочисленного решения. В результате были найдены оптимальные составы рабочих бригад с точки зрения максимального показателя качества работ.

Данная постановка задачи может найти практическое применение при планировании и организации строительного производства, при этом вышеприведенная постановка задачи о формиро-

Составы строительных бригад на захватки

Номер типа рабочего	Номер захватки					
	1			2		
	Номер месяца			Номер месяца		
	1	2	3	1	2	3
<i>i</i>	<i>ii</i>	<i>iii</i>	<i>iv</i>	<i>v</i>	<i>vi</i>	<i>vii</i>
1	4	1	1	3	1	1
1	5	2	4	4	3	4
2	1	3	1	1	1	1
2	3	5	6	2	5	6
2	6	6	7	4	6	7
2	—	—	—	6	7	8
3	1	2	1	1	1	2
3	2	3	2	2	2	5
3	4	4	4	4	5	6
3	5	5	5	—	—	—

Примечание: в столбцах под номерами *ii–vii* указаны номера из векторов квалификаций для соответствующих типов рабочих

вании строительных бригад не ограничивается тем перечнем математических ограничений, которые приведены в постановке задачи. Постановку задачи можно дополнять различными видами ограничений, например можно предусмотреть возможность исключения одновременной работы рабочего (i, j_1) на

захватке (k, l_1) и рабочего (i, j_2) на захватке (k, l_2), т.е. возможны ограничения вида

$$x_{ij_1}^{kl_1} + x_{ij_2}^{kl_2} \leq 1$$

для некоторых захваток (k, l_1), (k, l_2) и некоторых рабочих (i, j_1), (i, j_2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hiller F.S., Lieberman G.J. Introduction to operations research. 9th ed. McGraw Hill, 2013. 1102 p.
2. Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 436 с.
3. Сырцова Е.Д. Математические методы в планировании и управлении строительным производством. М. : Высш. шк., 1972. 336 с.
4. Кадыров А.С., Бестембек Е.С., Сунгатоллақызы А. и др. Решение транспортной задачи на примере строительства протяженных объектов // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2015. № 6. С. 224–227.
5. Caprara A., Fischetti M., Toth P. et al. Algorithms for railway crew management // Mathematical Programming. October 1997. Vol. 79. Iss. 1. Pp. 125–141.
6. Suyabatmaz A., Sahin G. Railway crew capacity planning problem with connectivity of schedules // Transportation research. Part E. 2015. Vol. 84. Pp. 88–100.
7. Klabjan D., Johnson E., Nemhauser G. et al. Solving large airline crew scheduling problems: random pairing generation and strong branching // Computational Optimization and Applications. October 2001. Vol. 20. Iss. 1. Pp. 73–91.
8. Hoffman K., Padberg M. Solving airline crew scheduling problems by branch-and-cut // Management Science. June 1993. Vol. 39. Issue 6. Pp. 657–682.
9. Тарарушкин Е.В. Назначение состава рабочих звеньев методом линейного программирования // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2017. № 7. С. 71–74.
10. Eiselt H.A., Sandblom C.-L. Linear Programming and its Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. 380 p.
11. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. 2-е изд., стер. М. : Наука, 1998. 208 с.
12. Конюховский П.В. Математические методы исследований операций в экономике. СПб : Питер, 2000. 208 с. (Краткий курс).
13. Поришев С.В. Matlab 7. Основы работы и программирования. М. : ООО «Бином-Пресс», 2006. 320 с.
14. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. Matlab 6.x.: программирование численных методов. СПб. : БХВ-Петербург, 2004. 672 с.

Поступила в редакцию 2 октября 2017 г.

Принята в доработанном виде 10 октября 2017 г.

Одобрена для публикации 12 декабря 2017 г.

О Б АВТОРЕ: **Тарарушкин Евгений Викторович** — ассистент кафедры строительных материалов и технологий, **Российский университет транспорта (МИИТ)**, 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9; tarmstu@yandex.ru.

REFERENCE

1. Hiller F.S., Lieberman G.J. *Introduction to operations research*. 9th ed. McGraw Hill, 2013. 1102 p.
2. Volkov I.K., Zagoruyko E.A. *Issledovanie operatsiy* [Operations Investigation]. Moscow, Moscow State Bauman Technical University, 2000. 436 p. (In Russian)
3. Syrtsova E.D. *Matematicheskie metody v planirovani i upravlenii stroitel'nykh proizvodstvom* [Mathematical methods in planning and management of construction production]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1972. 336 p. (In Russian)
4. Kadyrov A.S., Bestembek E.S., Sungatol'akhyzy A. et al. Reshenie transportnoy zadachi na primere stroitel'stva protyazhennykh ob'ektov [Solution of the transport problem by the example of building long objects]. *Mezhdunarodnyy zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovaniy* [International Journal of Applied and Fundamental Research]. 2015, no. 6, pp. 224–227. (In Russian)
5. Caprara A., Fischetti M., Toth P. et al. Algorithms for railway crew management. *Mathematical Programming*. October 1997, vol. 79, iss. 1, pp. 125–141.
6. Suyabatmaz A., Sahin G. Railway crew capacity planning problem with connectivity of schedules. *Transportation research*. Part E. 2015, vol. 84, pp. 88–100.
7. Klabjan D., Johnson E., Nemhauser G. et al. Solving large airline crew scheduling problems: random pairing generation and strong branching. *Computational Optimization and Applications*. October 2001, vol. 20, iss. 1, pp. 73–91.
8. Hoffman K., Padberg M. Solving airline crew scheduling problems by branch-and-cut. *Management Science*. June 1993, vol. 39, issue 6, pp. 657–682.
9. Tararushkin E.V. Naznachenie sostava rabo-chikh zven'ev metodom lineynogo programmirovaniya [Assignment of the composition of working links by the method of linear programming]. *Vestnik BGTU im. V.G. Shukhova* [Bulletin of Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov]. 2017, no. 7, pp. 71–74. (In Russian)
10. Eiselt H.A., Sandblom C.-L. *Linear programming and its applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. 380 p.
11. Venttsel' E.S. *Issledovanie operatsiy: zadachi, printsipy, metodologiya* [Research of operations: tasks, principles, methodology]. 2nd ed. Moscow Nauka Publ., 1998. 208 p. (In Russian)
12. Konyukhovskiy P.V. *Matematicheskie metody issledovaniy operatsiy v ekonomike* [Mathematical methods of research of operations in the economy]. Saint-Petersburg, Piter Publ., 2000. 208 p. (Kratkiy kurs [Short course]). (In Russian)
13. Porshnev S.V. *Matlab 7. Osnovy raboty i programmirovaniya* [Fundamentals of work and programming]. Moscow, Binom-Press Publ., 2006. 320 p. (In Russian)
14. Ketkov Yu.L., Ketkov A.Yu., Shul'ts M.M. *Matlab 6.x.: programmirovaniye chislennykh metodov* [Matlab 6.x.: programming of numerical methods]. Saint-Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2004. 672 p. (In Russian)

Received October 2, 2017.

Adopted in revised form October 10, 2017.

Approved for publication on December 12, 2017.

ABOUT THE AUTHOR: **Tararushkin Evgeniy Victorovich** — Assistant, Building Materials and Technologies Department, **Russian University of Transport (MIIT)**, 9, bldg 9, Obraztsova str., Moscow, 127994, Russian Federation, tarmstu@yandex.ru.