Устойчивость микрополярной модели пластичности бетона к размеру конечного элемента

О.Н. Перцева¹, Е.И. Переладова¹, Г.В. Мартынов¹, Д.Е. Монастырева¹,
З.С. Дауров², Р.С. Тихонов¹

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ),
195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29;

² Проектный институт ГУП «Ленгипроинжпроект»,
196105, г. Санкт-Петербург, Кузнецовская ул., д. 52/1

АННОТАЦИЯ

Введение. Как известно, деформацию бетона можно подразделить на несколько стадий. Первый этап характеризуется линейной зависимостью деформаций и напряжений, упругими деформациями и небольшими нагрузками, которые по мере увеличения приводят ко второй стадии. Во второй зоне зависимость приобретает криволинейный вид, деформации носят необратимый характер — образуются микротрещины. Дальнейшее объединение микротрещины в мезо- и магистральные трещины относится к третьему этапу, сопровождается перераспределением энергии в область устья главной трещины. Однако достижение предела прочности не сопровождается моментальной потерей несущей способности, что объясняется эффектом разуплотнения. Это явление должно быть учтено при численном моделировании бетонных и железобетонных конструкций, поскольку оно существенно влияет на их прочностные характеристики. Внесение подобного уточнения в расчетные модели позволит уменьшить сечения элементов и соответственно избавиться от перерасхода материала.

Материалы и методы. При помощи системы ANSYS создан цифровой образец. Смоделирована модель балки. Это однопролетная балка с продольным армированием в зоне изгиба. Нагрузка прикладывалась как смещение 70 мм для узлов в линии вдоль точки приложения. Армирование моделировалось как билинейные изотропные элементы упрочнения (LINK180). Для равномерного распределения нагрузки опорные элементы с линейными упругими свойствами были размещены в точках с заданными граничными условиями.

Результаты. По полученным данным построены кривые напряжения-деформации, идентичные диаграмме деформации бетона. Проведено сравнение значений нагрузок, когда происходит первое растрескивание (конец линейно-упругого состояния); пиковых нагрузок, когда формируется основная трещина (максимальная нагрузка для неармированного случая и начала размягчения стали для армированного случая); предельных нагрузок и максимальных прогибов в середине пролета.

Выводы. Результаты дают незначительные расхождения до 5 % при изменении размера конечного элемента. Следовательно, при работе с расчетными программами разработчики смогут создавать корректные модели с любым шагом разбиения конечно-элементной сетки в зависимости от мощности имеющегося оборудования. Микрополярную теорию для моделирования разуплотнения бетона можно назвать устойчивой к размеру конечных элементов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: микрополярная теория, метод конечных элементов, микропланы, деформация бетона, устойчивость, моделирование, микротрещины

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Перцева О.Н., Переладова Е.И., Мартынов Г.В., Монастырева Д.Е., Дауров З.С., Тихонов Р.С. Устойчивость микрополярной модели пластичности бетона к размеру конечного элемента // Вестник МГСУ. 2019. Т. 14. Вып. 5. С. 559–569. DOI: 10.22227/1997-0935.2019.5.559-569

The sustainability of micropolar concrete plasticity model to the finite element size

Olga N. Pertseva¹, Ekaterina I. Pereladova¹, Gleb V. Martynov¹,
Daria E. Monastyreva¹, Zaur S. Daurov², Roman S. Tikhonov¹

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU),
29 Polytechnicheskaya st., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

² State Unitary Enterprise “Lengiproinzhproekt”,
52/1 Kuznecovskaya st., St. Petersburg, 196105, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. As it is known, deformation of concrete can be divided into several stages. The first stage is characterized by a linear dependence of deformations and stresses, elastic deformations and small loads that, as they increase, lead to the second stage. At the second stage, the dependence becomes curvilinear, while deformations are irreversible, since micro-cracks are formed. Further consolidation of the micro-cracks into meso- and main cracks refers to the third stage and

is accompanied by a redistribution of energy to the area of the main crack mouth. However, reaching the ultimate strength is not accompanied by an instant loss of bearing capacity due to the effect of decompression. This phenomenon should be taken into account in the numerical simulation of concrete and reinforced concrete structures, because it significantly affects their strength characteristics. The introduction of such a refinement in the design models will allow reducing cross-sections of the construction components and accordingly getting rid of material overruns.

Materials and methods. A digital sample is created for the study using the ANSYS software. A beam model is simulated as a single-span beam with longitudinal reinforcement in the bending zone. The load is applied as a 70 mm offset to the nodes in the line along the application point. Reinforcement is simulated as bilinear isotropic strengthening elements (LINK180). For uniform load distribution, load plates with linear elastic properties are specified at the points where boundary conditions and load are applied.

Results. According to the obtained data, stress-deformation curves are constructed identically to the concrete deformation diagram. The values of loads when the first cracking occurs (end of the linear-elastic state), peak loads when the main crack is formed (maximum load for the unreinforced case and the beginning of the steel softening for the reinforced case) as well as ultimate loads and maximum deflections at the mid-span are compared.

Conclusions. The results give insignificant (up to 5 %) discrepancies when changing the finite element size. Therefore, when working with calculation software, developers will be able to create correct models with any spacing of the finite element mesh depending on the available computational capabilities. Micropolar theory for simulating the concrete decompression can be considered sustainable to the size of the finite elements.

KEYWORDS: micropolar theory, finite element method, micro-planes, concrete deformation, sustainability, simulation, micro-cracks

FOR CITATION: Pertseva O.N., Pereladova E.I., Martynov G.V., Monastireva D.E., Daurov Z.S., Tikhonov R.S. The sustainability of micropolar concrete plasticity model to the finite element size. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2019; 14(5):559-569. DOI: 10.22227/1997-0935.2019.5.559-569 (rus.).

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день существует большое количество программных продуктов для автоматизированного проектирования и расчета строительных конструкций. Программные комплексы варьируются по назначению и глубине проработки и могут предназначаться как для расчета отдельных типов конструкций, так и целых сооружений. Основоположающим принципом, заложенным во все вычислительные комплексы, является метод конечных элементов (МКЭ). Согласно МКЭ проектируемая конструкция делится на множество конечных элементов, неизвестные величины характеризуются аппроксимирующими функциями в пределах каждого элемента и, исходя из условия равенства значений в узлах, составляется система алгебраических уравнений. Конечным результатом становится вычисленное значение искомых неизвестных в узлах. Благодаря появлению этого метода появилась возможность перехода от ручного расчета конструкций к автоматизированному.

С момента возникновения в середине прошлого века МКЭ получил широкое распространение и был реализован для моделирования многих процессов. Так, одним из важнейших для строительных расчетов стала разработка моделей деформации и разрушения бетона [1–4]. Как известно, деформацию бетона можно подразделить на несколько стадий. Первый этап характеризуется линейной зависимостью деформаций и напряжений, упру-

гими деформациями и небольшими нагрузками, которые по мере увеличения приводят ко второй стадии. Во второй зоне зависимость приобретает криволинейный вид, деформации носят необратимый характер — образуются микротрещины [5, 6]. Дальнейшее объединение микротрещины в мезо- и магистральные трещины относится к третьему этапу, сопровождается перераспределением энергии в область устья главной трещины. Тем не менее достижение предела прочности не сопровождается моментальной потерей несущей способности, что объясняется эффектом разуплотнения [7–10]. Это явление должно быть учтено при численном моделировании бетонных и железобетонных конструкций, ведь оно существенно влияет на их прочностные характеристики. Внесение подобного уточнения в расчетные модели позволит уменьшить сечения элементов и соответственно избавиться от перерасхода материала [11].

Имеется множество различных моделей бетона на основе МКЭ для описания линейных процессов. Однако подобные решения не соответствуют физическому смыслу явлений, происходящих после достижения пиковой точки напряжений [12–14]. Также важным фактором применимости модели является ее устойчивость к сетке конечных элементов, т.е. независимость и корректность получаемых результатов от шага разбиения сетки [16–18]. Наиболее актуальной теорией для описания нелинейных процессов разуплотнения бетона является микрополярная теория пластичности. Основная идея метода

заключается в рассмотрении векторов напряжений на микропланах — различно ориентированных в пространстве плоскостях. Причем напряжения и деформации на этих микропланах рассчитываются как на их поверхностях, так и за их пределами, что позволяет более корректно учесть их взаимное влияние. Вместе с тем процесс разрыхления материала рассматривается как совокупность линейных и пластических деформаций [18–22].

Таким образом, вопросам численного моделирования поведения бетона посвящены многие научные исследования, в то время как вопрос деформационного разуплотнения требует дальнейших изысканий.

Цель данной статьи заключается в определении применимости микрополярной теории для моделирования разуплотнения бетона с точки зрения ее устойчивости к размеру конечных элементов.

В рамках поставленной цели решаются задачи:

- 1. Создание наглядной цифровой модели в среде ANSYS APDL.
- 2. Задание необходимых параметров и проведение вычислений для различных случаев (с армированием и без него).
- 3. Проведение сравнительного анализа результатов для различных случаев и сеток разбиения.

МЕТОДИКА

Для проведения исследования при помощи системы ANSYS создан цифровой образец. Была смоделирована модель балки. Это однопролетная балка с продольным армированием в зоне изгиба. Геометрия, нагрузка и армирование представлены на рис. 1. Используется арматурное усиление из двух стержней диаметром 16 мм. Параметры материалов приведены в табл. 1. Хорошая пригодность для испытания на изгиб с простым продольным армированием достигается следующими параметрами модели, которые также показаны в табл. 1, где σ_V^C — координата пересечения; R — соотношение между большой и малой осями поверхности текучести; C — параметр градиента; m — параметр материала; γ_0 — порог повреждения; β_t и β_c — константы материала для формулирования законов повреждения.

Свойства материала для армирования приведены в табл. 2, где f_y — напряжение текучести, а E_T — модуль тангенса.

Нагрузка прикладывалась как смещение 70 мм для узлов в линии вдоль точки приложения. Армирование моделировалось как билинейные изотропные элементы упрочнения (LINK180). Для равномерного распределения нагрузки опорные элементы

Рис. 1. Геометрия и граничные условия для численного примера 1

Fig. 1. Geometry and boundary conditions for numerical example 1

Табл. 1. Свойства и параметры материала бетона для числового образца 1

Table 1. Properties and parameters of concrete material for numerical sample 1

E , МПа / E , MPa	ν	f_{cu} , МПа / f_{cu} , MPa	C , мм ² / C , mm ²	σ_V^C , МПа / σ_V^C , MPa	R	m	γ_0	β_t	β_c
30 000	0,2	27,0	2500	−40	2	2,5	0,000002	3000	2000

Табл. 2. Свойства материала армирования для числового образца 1

Table 2. Reinforcement material properties for numerical sample 1

E , МПа / E , MPa	ν	f_y , МПа / f_y , MPa	E_T , МПа / E_T , MPa
200 000	0,3	525	1000

ELEMENTS
TYPE MMANSYS
R18.0
MAR 16 2017
19:20:32
PLOT NO. 1

Рис. 2. Сетка из бетона и опорного элемента для числового примера 1

Fig. 2. Mesh of concrete and support element for numerical example 1

с линейными упругими свойствами были размещены в точках с заданными граничными условиями (см. рис. 2). Материал для этих опорных пластин имеет модуль Юнга $E = 210\,000$ МПа и коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$ и моделируется с помощью элемента SOLID185. Кроме того, были протестированы различные шаги сетки. Все остальные параметры остались без изменений, также параметр градиента не должен изменяться. Элемент размером 25 мм был исходным. Для модели размером 20 мм было задействовано 15 172 элемента, для элемента размером 25 мм модель состояла из 9742 элементов, а для размера элемента 50 мм было всего 2482 элемента.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Полученные результаты программных вычислений представлены на рисунках ниже. На рис. 3 продемонстрированы результаты для армированного образца. На рис. 3, с показана гомогенизированная переменная общего повреждения, тогда как на рис. 3, а и б — переменные сжатия и растяжения соответственно. Кроме того, гомогенизированная переменная упрочнения изображена на рис. 3, д.

Также был рассчитан образец с такой же геометрией и параметрами материала, но без стальной арматуры. Аналогично, все переменные повреждения для неармированного случая представлены на рис. 5. Сравнение кривых нагрузки-смещения показано на рис. 4.

Сравнение значений нагрузок, когда происходит первое растрескивание (конец линейно-упругого состояния); пиковых нагрузок, когда формируется основная трещина (максимальная нагрузка для неармированного случая и начала размягчения стали для армированного случая); предельных нагрузок

и максимальных прогибов в середине пролета можно увидеть в табл. 3. Следовательно, максимальная нагрузка для неармированного образца составляет 56,011 кН, а для армированного — 178,199 кН.

Как упомянуто выше, были протестированы три разных размера сетки. Переменная гомогенизированного общего повреждения d^{hom} приведена ниже на рис. 6, с. Переменная повреждения при сжатии и переменная повреждения при растяжении изображены на рис. 6, а и б соответственно. Переменная гомогенизированного общего повреждения представлена на рис. 6, д. И окончательное сравнение для кривой нагрузки-смещения приведено на рис. 7.

Следует отметить, что в случае 15 172 элементов большие смещения не были достигнуты (см. рис. 7), поэтому на рис. 6 графические результаты для 15 172 элементов не изображены.

Сравнение значений нагрузок, связанных с первым растрескиванием, максимальных значений нагрузок при размягчении стали, предельных нагрузок и максимальных прогибов в середине пролета для всех испытанных размеров ячеек можно увидеть в табл. 4.

Анализируя полученные графические интерпретации, следует отметить, что кривые для армированного и неармированного случаев (рис. 4) хорошо коррелируют с общеизвестной диаграммой деформации бетона. Исходя из этого, можно сделать вывод, что микрополярная модель может быть корректно применена для моделирования поведения бетона. Однако видно, что для армированного случая фаза разуплотнения не была достигнута, что можно объяснить особенностями рассматриваемого частного случая. В последующих изысканиях ожидаемая кривая разрыхления будет получена и для армированной конструкции. Кроме того, три

Рис. 3. Переменные повреждения для армированного случая в числовом образце 1: *a* — переменная повреждения при сжатии; *b* — переменная повреждения при натяжении; *c* — гомогенизированная переменная общего повреждения; *d* — гомогенизированная переменная упрочнения

Fig. 3. Damage variables for reinforced case in numerical sample 1: *a* — compression damage variable; *b* — tension damage variable; *c* — homogenized general damage variable; *d* — homogenized reinforcement variable

Рис. 4. Кривая имитации нагрузки-смещения по сравнению с предыдущими исследованиями для числового примера 1
Fig. 4. Load-deflection simulation curve in comparison with previous studies for numerical example 1

Рис. 5. Переменные повреждения для неармированного случая в числовом образце 1: *a* — переменная повреждения при сжатии; *b* — переменная повреждения при натяжении; *c* — гомогенизированная переменная общего повреждения; *d* — гомогенизированная переменная упрочнения

Fig. 5. Damage variables for unreinforced case in numerical sample 1: *a* — compression damage variable; *b* — tension damage variable; *c* — homogenized general damage variable; *d* — homogenized reinforcement variable

Табл. 3. Сравнение результатов изгибного анализа для числового образца 1

Table 3. Comparison of bending analysis results for numerical sample 1

Балка / Beam	Первая растрескивающая нагрузка, кН / First cracking load, kN	Пиковая (размягчающая) нагрузка, кН / Peak (softening) load, kN	Предельная нагрузка, кН / Ultimate load, kN	Максимальный прогиб в середине пролета, мм / Maximum mid-span deflection, mm
Неармированная / Unreinforced	40,113	56,011	1,963	8,126
Армированная / Reinforced	67,461	155,735	178,199	10,9

Табл. 4. Сравнение результатов анализа изгиба для разных размеров сетки в численном образце 1

Table 4. Comparison of bending analysis results for different mesh sizes in numerical sample 1

Размер элемента / Element size	Первая растрескивающая нагрузка, кН / First cracking load, kN	Пиковая (размягчающая) нагрузка, кН / Peak (softening) load, kN	Предельная нагрузка, кН / Maximum load, kN	Максимальный прогиб в середине пролета, мм / Maximum mid-span deflection, mm
50 (2482 эл.) / 50 (2482 elements)	35,241	148,709	178,486	15,108
25 (9742 эл.) / 25 (9742 elements)	38,171	155,735	178,325	10,906
20 (15 172 эл.) / 20 (15 172 elements)	37,812	154,067	168,516	7,861

Рис. 6. Переменные повреждения для разных размеров сетки в численном примере 1: *a* — переменная повреждения при сжатии; *b* — переменная повреждения при натяжении; *c* — гомогенизированная переменная общего повреждения; *d* — гомогенизированная переменная упрочнения

Fig. 6. Damage variables for different mesh sizes in numerical example 1: *a* — compression damage variable; *b* — tension damage variable; *c* — homogenized general damage variable; *d* — homogenized reinforcement variable

Рис. 7. Имитация кривой нагрузки-смещения для разных размеров сетки в численном образце 1

Fig. 7. Load-deflection curve simulation for different mesh sizes in numerical sample 1

разных размера сетки для этой балки рассчитаны и сопоставлены (рис. 7). В случае уменьшения размера элемента полученные кривые нагрузка-смещение дают 1,41 % расхождения, а в случае увеличения длины элемента расхождение кривых достигает 5,18 %. Полученные значения погрешности достаточно невелики, и соответственно можно утверждать, что микрополярная пластическая модель не чувствительна к размеру конечного элемента и дает корректные результаты при любом шаге разбиения сетки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследований была смоделирована и рассчитана модель балки на основе микрополярной теории пластичности. Среди полученных данных следует отметить следующее:

1. Полученные кривые напряжения-деформации идентичны диаграмме деформации бетона. Следовательно, микрополярная модель корректно описывает поведение бетона и может быть применена в расчетных комплексах, таких как SCAD, Lira, Мономах. Реализация новой модели бетона позволит учесть сохранение несущей способности после пикового напряжения и соответственно снизит перерасход материалов.

2. Результаты дают незначительные расхождения до 5 % при изменении размера конечного элемента. Следовательно, при работе с расчетными программами разработки смогут создавать корректные модели с любым шагом разбиения конечно-элементной сетки в зависимости от мощности имеющегося оборудования. Микрополярную теорию для моделирования разуплотнения бетона можно назвать устойчивой к размеру конечных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chen X., Bažant Z. Microplane damage model for jointed rock masses // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2014. Vol. 38. Issue 14. Pp. 1431–1452. DOI: 10.1002/nag.2257
2. Dawari V.B., Vesmawala G.R. Application of nonlinear concrete model for finite element analysis of reinforced concrete beams // International Journal of Scientific and Engineering Research. 2014. Vol. 5. Issue 9. Pp. 776–782.
3. Hua Jiang, Jidong Zhao. Calibration of the continuous surface cap model for concrete // Finite Elements in Analysis and Design. 2015. No. 97. Pp. 1–19. DOI: 10.1016/j.finel.2014.12.002
4. Kala J., Hušek M. Useful material models of concrete when high speed penetrating fragments are

involved // Proceedings of the 9th International Conference on Continuum Mechanics. 2015. Pp. 190–194.

5. Putar F., Sorić J., Lesičar T., Tonković Z. Modeling of damage phenomenon using strain gradient based finite elements // Special workshop Multiscale Modeling of Heterogeneous Structures. 2016.

6. Qinami A., Zreid I., Fleischhauer R., Kaliske M. Modeling of impact on concrete plates by use of the microplane approach // International Journal of Non-linear Mechanics. 2016. No. 80. Pp. 107–121. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2015.07.014

7. Zreid I., Kaliske M. Regularization of microplane damage models using an implicit gradient enhancement // International Journal of Solids and Structures. 2014. No. 51. Issue 19–20. Pp. 3480–3489. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2014.06.020

8. Zreid I., Kaliske M. An implicit gradient formulation for microplane Drucker-Prager plasticity // International Journal of Plasticity. 2016. No. 83. Pp. 252–272. DOI: 10.1016/j.ijplas.2016.04.013

9. Fahmy E.H., Shaheen Y.B., Tawab A.A., Abdelnaby A.M. Theoretical analysis and finite element modelling of composite ferrocement-concrete beams // International journal of structural engineering. 2014. Vol. 5. No. 2. Pp. 142–162. DOI: 10.1504/IJSTRUCTE.2014.060906

10. Zidan M.K., Fayed M.N., Elhosiny A.M., Abdelgawad K.M., Orfy H.H. Modelling of damage patterns of RC concrete columns under demolition by blasting // Structures Under Shock and Impact XIII. 2014. DOI: 10.2495/SUSI140091

11. Варыгин М.П. Вычислительный алгоритм для моделирования микрополярных тонких пластин // Решетневские чтения. 2015. Т. 2. № 19. С. 142–143.

12. Саркисян А.А., Саркисян С.О. Математическая модель динамики микрополярных упругих тонких балок, свободные и вынужденные колебания // Физическая мезомеханика. 2015. Т. 18. № 3. С. 25–31.

13. Никабадзе М.У. Некоторые варианты уравнений микрополярных теорий оболочек // Приклад-

ная математика и математическая физика. 2015. Т. 1. № 1. С. 101–118. DOI: 10.18262/ammp.2015.0101-07

14. Варыгина М.П., Смолехо И.В. Численное моделирование микрополярных тонких пластин // Решетневские чтения. 2016. Т. 2. № 20. С. 120–122.

15. Жамакочян К.А., Саркисян С.О. Метод конечных элементов в расчетах на изгиб микрополярных упругих тонких пластин // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9. № 3. С. 375–383. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.3.31

16. Варыгина М.П. Численное моделирование микрополярных цилиндрических оболочек // Решетневские чтения. 2017. Т. 2. № 21. С. 8–9.

17. Илюхин А.А., Попов А.К. Микрополярная модель деформации естественно-закрученного цилиндрического тела // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. № 4 (141). С. 105–111.

18. Шейдаков Д.Н., Михайлова И.Б. Бифуркация равновесия микрополярного стержня из функционально-градиентного материала в условиях комбинированного нагружения // Вестник Южного научного центра РАН. 2014. Т. 10. № 3. С. 3–9.

19. Васильев А.А. К задаче символьного построения моделей тел Коссера // Вестник Тверского государственного университета. Сер. : Прикладная математика. 2015. № 4. С. 17–25.

20. Зеленина А.А., Зубов Л.М. Точные решения нелинейной микрополярной теории упругости для сжимаемого материала // Транспорт–2014 : тр. междунар. науч.-практ. конф. 2014. 179 с.

21. Poh L., Peerlings R., Geers M., Swaddiwudhipong S. An implicit tensorial gradient plasticity model — Formulation and comparison with a scalar gradient model // International Journal of Solids and Structures. 2011. Vol. 48. Issue 18. Pp. 2595–2604. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2011.05.019

22. Dahmani L., Khennane A., Kaci S. Crack identification in reinforced concrete beams using ANSYS software // Strength of Materials. 2010. Vol. 42. Issue 2. Pp. 232–240. DOI: 10.1007/s11223-010-9212-6

Поступила в редакцию 13 февраля 2019 г.

Принята в доработанном виде 22 марта 2019 г.

Одобрена для публикации 26 апреля 2019 г.

ОБ АВТОРАХ: Перцева Ольга Николаевна — студентка, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, olya_perceva@mail.ru;

Переладова Екатерина Игоревна — студентка, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, Ekater.pereladowa@yandex.ru;

Мартынов Глеб Вадимович — студент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, martynovgleb@rambler.ru;

Монастырева Дарья Евгеньевна — студентка, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, 02dm12@rambler.ru;

Дауров Заур Сосланович — инженер 3 категории, Проектный институт ГУП «Ленгипроинжпроект», 196105, г. Санкт-Петербург, Кузнецовская ул., д. 52/1, zaur25k@gmail.com;

Тихонов Роман Сергеевич — студент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, tikhonovrs96@mail.ru.

REFERENCES

1. Chen X., Bažant Z. Microplane damage model for jointed rock masses. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 2014; 38(14):1431-1452. DOI: 10.1002/nag.2257
2. Dawari V.B., Vesmawala G.R. Application of nonlinear concrete model for finite element analysis of reinforced concrete beams. *International Journal of Scientific and Engineering Research*. 2014; 5(9):776-782.
3. Hua Jiang, Jidong Zhao. Calibration of the continuous surface cap model for concrete. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2015; 97:1-19. DOI: 10.1016/j.finel.2014.12.002
4. Kala J., Hušek M. Useful material models of concrete when high speed penetrating fragments are involved. *Proceedings of the 9th International Conference on Continuum Mechanics*. 2015; 190-194.
5. Putar F., Sorić J., Lesičar T., Tonković Z. Modeling of damage phenomenon using strain gradient based finite elements. *Special workshop Multiscale Modeling of Heterogeneous Structures*. 2016.
6. Qinami A., Zreid I., Fleischhauer R., Kaliske M. Modeling of impact on concrete plates by use of the microplane approach. *International Journal of Non-linear Mechanics*. 2015; 80:107-121. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2015.07.014
7. Zreid I., Kaliske M. Regularization of microplane damage models using an implicit gradient enhancement. *International Journal of Solids and Structures*. 2014; 51(19-20):3480-3489. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2014.06.020
8. Zreid I., Kaliske M. An implicit gradient formulation for microplane Drucker-Prager plasticity. *International Journal of Plasticity*. 2016; 83:252-272. DOI: 10.1016/j.ijplas.2016.04.013
9. Fahmy E.H., Shaheen Y.B., Tawab A.A., Abdelnaby A.M. Theoretical analysis and finite element modelling of composite ferrocement-concrete beams. *International journal of structural engineering*. 2014; 5(2):142. DOI: 10.1504/IJSTRUCTE.2014.060906
10. Zidan M.K., Fayed M.N., Elhosiny A.M., Abdelgawad K.M., Orfy H.H. Modelling of damage patterns of RC concrete columns under demolition by blasting. *Structures Under Shock and Impact XIII*. 2014. DOI: 10.2495/SUSI140091
11. Varygin M.P. Computational algorithm for modeling micropolar thin plates. *Reshetnev readings*. 2015; 19:142-143 (rus.).
12. Sarkisyan A.A., Sarkisyan S.O. Mathematical model of the dynamics of micropolar elastic thin beams. Free and forced vibrations. *Physical mesomechanics*. 2015; 18(3):25-31 (rus.).
13. Nikabadze M.U. Some versions of the equations of micropolar shell theory. *Applied Mathematics and Mathematical Physics*. 2015; 1(1):101-118. DOI: 10.18262/amm.2015.0101-07 (rus.).
14. Varygina M.P., Smolekho I.V. Numerical simulation of micropolar thin plates. *Reshetnev readings*. 2016; 2(20):120-122 (rus.).
15. Zhamakochyan K.A., Sarkisyan S.O. Finite element method for calculation of bending of micropolar elastic thin plates. *Computational Continuum Mechanics*. 2016; 9(3):375-383. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.3.31 (rus.).
16. Varygina M.P. Numerical simulation of micropolar cylindrical shells. *Reshetnev readings*. 2017; 2(21):8-9 (rus.).
17. Ilyuhin A.A., Popov A.K. Micropolar deformation model of a naturally twisted cylindrical body. *News SFU. Technical science*. 2013; 4(141):105-111 (rus.).
18. Shejdakov D.N., Mihajlova I.B. Bifurcation of equilibrium of a micropolar rod of functional-gradient material under combined loading conditions. *Bulletin of the Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*. 2014; 10(3):3-9 (rus.).
19. Vasil'ev A.A. On the Cossera model character construction problem. *Bulletin of Tver State University. Ser. : Applied mathematics*. 2015; 4:17-25 (rus.).
20. Zelenina A.A., Zubov L.M. Exact solutions of nonlinear micropolar theory of elasticity for compressible material. *Transport-2014 : proceedings of the international scientific-practical conference*. 2014; 179 (rus.).
21. Poh L.H., Peerlings R., Geers M., Swaddiwudhipong S. An implicit tensorial gradient plasticity model — formulation and comparison with a scalar gradient model. *International Journal of Solids and Structures*. 2011; 48(18):2595-2604. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2011.05.019
22. Dahmani L., Khennane A., Kaci S. Crack identification in reinforced concrete beams using ANSYS software. *Strength of Materials*. 2010; 42(2):232-240. DOI: 10.1007/s11223-010-9212-6

Received February 13, 2019.

Adopted in a modified form March 22, 2019.

Approved for publication April 26, 2019.

B I O N O T E S : **Olga N. Pertseva**, undergraduate student, **Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU)**, 29 Polytechnicheskaya st., St. Petersburg, 195251, Russian Federation, olya_perceva@mail.ru;

Ekaterina I. Pereladova, undergraduate student, **Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU)**, 29 Polytechnicheskaya st., St. Petersburg, 195251, Russian Federation, Ekaterina.pereladova@yandex.ru;

Gleb V. Martynov, undergraduate student, **Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU)**, 29 Polytechnicheskaya st., St. Petersburg, 195251, Russian Federation, martynovgleb@rambler.ru;

Daria E. Monastyreva, undergraduate student, **Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU)**, 29 Polytechnicheskaya st., St. Petersburg, 195251, Russian Federation, 02dm12@rambler.ru;

Zaur S. Daurov, 3rd category engineer, **State Unitary Enterprise “Lengiproinzhproekt”**, 52/1 Kuznecovskaya st., St. Petersburg, 196105, Russian Federation, zaur25k@gmail.com;

Roman S. Tikhonov, undergraduate student, **Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU)**, 29 Polytechnicheskaya st., St. Petersburg, 195251, tikhonovrs96@mail.ru.