ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ, ПОДЗЕМНЫЕ СООРУЖЕНИЯ

УДК 624.94.012.45

DOI: 10.22227/1997-0935.2019.9.1106-1120

Проектирование железобетонных перекрытий с учетом рабочих швов бетонирования

А.В. Дейнеко¹, В.А. Курочкина², И.Ю. Яковлева², А.Н. Старостин³

¹ Группа компаний «Спектрум»; г. Москва, Россия;

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
(НИИ МГСУ); г. Москва, Россия;

³ Группа компаний «Спектрум»; г. Санкт-Петербург, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. При возведении монолитных железобетонных перекрытий возникает необходимость в устройстве рабочих швов. Рабочие швы — место ослабления конструкции. Строительная практика показывает, что соблюдение технологии устройства рабочего шва не является достаточным условием для обеспечения равнопрочности железобетонных перекрытий. Как следствие, напряженно-деформированное состояние (НДС), рассчитанное в предположении монолитности плиты перекрытия, отклоняется от фактического. Актуальность задачи определяется тем, что от правильного учета рабочих швов зависит соответствие проектных и фактических характеристик монолитных железобетонных конструкций в целом.

Материалы и методы. Проблема выполнения рабочих швов в монолитных плитах перекрытий рассмотрена на одном из строящихся жилых зданий. В процессе строительства осуществлены исполнительные геодезические съемки в местах устройства рабочих швов и расчеты железобетонных конструкций методом конечных элементов (МКЭ).

Результаты. Измерены фактические прогибы плит перекрытий в местах прохождения рабочих швов, сделаны расчеты МКЭ тех же перекрытий как мгновенно возведенных, так и поэтапно возведенных с учетом рабочих швов. Получены отличия расчетных и фактических прогибов, обусловленные неточным соответствием расчетной схемы реальной железобетонной конструкции условиям ее возведения и эксплуатации. Отмечено, что прогиб горизонтальных железобетонных конструкций является только одним из параметров НДС, который наилучшим образом поддается измерению. Показано, что если прогиб реальной железобетонной конструкции не соответствует расчетному прогнозу, то и остальные параметры НДС также будут отличаться от расчетного прогноза.

Выводы. Влияние швов поддается учету в рамках компьютерных расчетов МКЭ при явном воспроизведении поэтапности возведения конструкции по захваткам, с применением инженерных подходов к учету нелинейности на основе введения понижающих коэффициентов к эффективному модулю упругости железобетона. Наибольшие возможности по учету всевозможных проявлений нелинейности предоставляет объемное композиционное моделирование железобетона.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: рабочие швы бетонирования, железобетонные конструкции, каркасные здания, прогибы плит перекрытий, деформации, метод конечных элементов, объемное композиционное моделирование железобетона

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Дейнеко А.В., Курочкина В.А., Яковлева И.Ю., Старостин А.Н. Проектирование железобетонных перекрытий с учетом рабочих швов бетонирования // Вестник МГСУ. 2019. Т. 14. Вып. 9. С. 1106–1120. DOI: 10.22227/1997-0935.2019.9.1106-1120

Design of reinforced concrete slabs subject to the construction joints

Andrei V. Deineko¹, Valentina A. Kurochkina², Irina Yu. Yakovleva²,
Aleksandr N. Starostin³

¹ Spectrum Group of Companies; Moscow, Russian Federation;

² Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);
Moscow, Russian Federation;

³ Spectrum Group of Companies; St. Petersburg, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. When erecting monolithic reinforced concrete floor slabs, a necessity of construction joints arises. The construction joints are the areas of structural weakening. The construction practice shows that the compliance with the correct

technology of the construction joint arrangement is not a sufficient condition to ensure the strength balance of reinforced concrete floor slabs. As a result, the stress-deformation state calculated on the assumption of the concrete slab solidity deviates from the actual state. The relevance of the task is determined by the fact that the conformity of design and actual characteristics of the in-situ reinforced concrete structures as a whole depends on the correct calculations of construction joints.

Materials and methods. The problem of implementing the construction joints in the monolithic floor slabs was considered by way of example of a residential building under construction. In the course of construction, pre-construction land surveys were carried out at the areas of the construction joint arrangement. Calculations of reinforced concrete structures using finite element method (FEM) were also performed.

Results. As a result of the study, the actual deflections of the floor slabs were measured at the areas of the construction joints and FEM calculations were made on the same floor slabs, both those erected at once and those erected in stages subject to the construction joints. The difference between the calculated and actual deflections is conditioned upon the inaccurate conformity between the mathematical model and the real reinforced concrete structure, its erection and maintenance conditions. It should be noted that the deflection of horizontal reinforced concrete structures is only one of the stress-deformation state parameters that can be measured better than the others. It is shown that if the deflection of a real reinforced concrete structure does not correspond with the design estimation, the other stress-deformation state parameters will differ from the design estimation as well.

Conclusions. The influence of joints can be taken into account in the scope of FEM computer-aided calculations with the explicit reproduction of the structure erection by pouring concrete, using engineering approach to the consideration of nonlinearity on the basis of the introducing reduction coefficients to the reinforced concrete effective modulus of elasticity. Solid composition modeling of reinforced concrete provides the best possibilities on taking all sorts of nonlinearity manifestations into consideration.

KEYWORDS: construction joints, reinforced concrete structures, framed buildings, floor slabs deflections, deformations, finite element method, solid composition modeling of reinforced concrete

FOR CITATION: Deineko A.V., Kurochkina V.A., Yakovleva I.Yu., Starostin A.N. Design of reinforced concrete slabs subject to the construction joints. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2019; 14:9:1106-1120. DOI: 10.22227/1997-0935.2019.9.1106-1120 (rus.).

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широко распространено строительство монолитных зданий. Использование монолитных железобетонных конструкций позволяет построить здание практически любой конфигурации и высотности (рис. 1). Каркас здания часто выполняют из монолитных железобетонных конструкций, состоящих, как правило, из стен, колонн и перекрытий.

При этом выполнить сразу все монолитные конструкции невозможно, поэтому строительство ведут в определенной последовательности. Обычно начинают с фундамента, далее следуют вертикальные конструкции подвала (стены, колонны, пилоны), затем — перекрытие подвала, стены следующего этажа и т.д. В результате появляется необходимость в устройстве горизонтальных и вертикальных швов. При этом, если устройство горизонтальных рабочих швов [1] зачастую предусматривается проектом, то вертикальные рабочие швы возникают незапланированно, непосредственно в процессе выполнения монолитных работ перекрытий.

Согласно СП 70.13330.2012 «Несущие и ограждающие конструкции» предусмотрены требования к выполнению рабочих швов.

Поверхность рабочих швов, устраиваемых при укладке бетонной смеси с перерывами, должна быть перпендикулярна оси бетонируемых колонн и балок, поверхности плит и стен. Возобновление бетонирования допускается производить по достижении бетоном прочности не менее 1,5 МПа. Рабочие швы по согласованию с проектной организацией допускаются устраивать при бетонировании:

- колонн и пилонов — на отметке верха фундамента, низа порогов, балок и подкрановых консолей, верха подкрановых балок, низа капителей колонн;
- балок больших размеров, монолитно соединенных с плитами — на 20–30 мм ниже отметки нижней поверхности плиты, а при наличии в плите капителей — на отметке низа капителей плиты;
- плоских плит — в любом месте параллельно меньшей стороне плиты;
- ребристых покрытий — в направлении, параллельном второстепенным балкам;
- отдельных балок — в пределах средней трети пролета балок, в направлении, параллельном главным балкам (прогонам) в пределах двух средних четвертей пролета прогонов и плит;
- массивов, арок, сводов, резервуаров, бункеров, гидротехнических сооружений, мостов и других

Рис. 1. Монолитные каркасные здания

Fig. 1. Monolithic framed building

сложных инженерных сооружений и конструкций — в местах, указанных в проекте.

Прочность бетонного основания при очистке от цементной пленки должна составлять не менее:

- 0,3 МПа — при очистке водной или воздушной струей;
- 1,5 МПа — при очистке механической металлической щеткой;
- 5,0 МПа — при очистке гидropескоструйной или механической фрезой.

На практике проектные организации рекомендуют устраивать рабочие швы в $1/3$ – $1/4$ пролета, что не противоречит СП 70.13330.2012. Конструкция рабочего шва (рис. 2) должна быть отражена в проекте производства работ.

Многие авторы [2–11] рассматривают технологию устройства рабочего шва. В своих работах они делают акцент на то, что шов должен быть очищен от грязи и мусора, промыт водой и просушен струей воздуха. Также приводятся лабораторные исследования различных конструкций, которые под-

тверждают снижение прочностных и жесткостных характеристик, в результате в местах устройства швов возникают деформации. Отмечается, что при проектировании монолитное здание рассчитывается как цельномонолитное.

Исследователи [8, 9], описывая устройство рабочих швов в фундаментных плитах, приходят к выводу, что «идеальное положение шва бетонирования должно совпадать с положением нулевой поперечной силы конструкции, т.е. шов устраивается в месте, где поперечная сила минимальна, а лучше — равна нулю. Это определяется по результатам расчета, а именно, по эпюре поперечных сил». Авторы [2–12] сходятся во мнении, что данный вопрос малоизучен и нормативная база не дает однозначных ответов, как правильно устраивать рабочие швы. При этом они отмечают, что рабочие швы являются слабым местом и могут негативно влиять на несущую способность конструкции в целом.

Одной из причин негативного влияния швов бетонирования [2, 8, 9] считают отсутствие возмож-

Рис. 2. Конструкция рабочего шва: 1 — металлическая сетка; 2 — защитный слой бетона; 3 — верхняя арматура; 4 — нижняя арматура; 5 — каркас, на который крепится металлическая сетка

Fig. 2. Construction joint structure: 1 — metal gauze; 2 — protective concrete layer; 3 — upper reinforcement; 4 — lower reinforcement; 5 — framework to which the metal gauze is fastened

ности предвидеть на стадии проектирования фактические места, где будут выполнены рабочие швы бетонирования. При этом согласно СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» в монолитных конструкциях должна быть обеспечена прочность конструкции с учетом рабочих швов бетонирования.

Для минимизации влияния рабочих швов на несущую способность конструкций, в настоящей работе рассматривается возможность учета рабочих швов на стадии проектирования.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим вертикальные рабочие швы бетонирования в монолитных железобетонных плитах перекрытия на одном из строящихся жилых зданий высотой до 20 этажей. Места расположения рабочих швов выбирались исходя из планируемого среднесуточного объема бетона или из заводской длины арматурных стержней, равной 11,70 м. В процессе строительства выполнены исполнительные геодезические съемки в местах устройства рабочих швов. Съемки выполнялись электронным тахеометром Sokkia CX-105. Также проводились расчеты железобетонных конструкций методом конечных элементов (МКЭ) [13–15].

МКЭ является наиболее распространенным на практике методом численного (математического, компьютерного) моделирования строительных конструкций и применяется в большинстве специализированных расчетных программ. Суть метода применительно к расчетам монолитных железобе-

тонных конструкций заключается в аппроксимации конструкций пластинчатыми (оболочечными) и балочными (стержневыми) изгибаемыми конечными элементами (КЭ) с шестью узловыми степенями свободы (три степени свободы по перемещениям, три степени свободы по поворотам). С точки зрения геометрического моделирования строятся плоскости и отрезки, не имеющие собственного объема, которым присваиваются геометрические характеристики сечения (площадь поперечного сечения A , момент сопротивления W , момент инерции I). Это позволяет воспроизвести напряженно-деформированное состояние (НДС) упругого изотропного тела с аналогичным по форме поперечным сечением. НДС изгибаемой конструкции удобно представлять в форме внутренних усилий: изгибающий момент M , продольная сила N , поперечная сила Q , а также в необходимых случаях крутящий момент. Для определения требуемого количества продольной арматуры внутренние усилия с помощью полуэмпирических инженерных формул декомпозируются на пару сил: сжимающую силу в сжатой зоне бетона (а также в сжатой арматуре, при ее наличии) и растягивающую силу в растянутой арматуре. Сопротивление бетона растяжению полагается равным нулю. Аналогичный подход применяется для определения требуемого количества поперечной арматуры и ширины раскрытия трещин.

Заметим, что представление НДС внутренними усилиями предполагает постулирование линейной эпюры распределения нормальных напряжений σ по толщине конструкции, при этом экстремальные значения напряжений определяются по формуле

$$\sigma_{\min}^{\max} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W}. \quad (1)$$

Касательные напряжения τ в этом случае распределяются по параболической эпюре согласно формуле Д.И. Журавского. Для частного случая прямоугольного поперечного сечения максимальные касательные напряжения на нейтральной оси равны:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{A}. \quad (2)$$

Применение внутренних усилий в сплошном изотропном изгибаемом теле для представления НДС в железобетонных конструкциях обусловлено необходимостью обеспечить совместимость результатов численных расчетов с полуэмпирическими инженерными методиками, представленными в нормативных документах. Точность такого подхода ограничена двумя основными условиями:

- достаточно высокое (не конкретизированное в нормативных документах) отношение длины конструкции к характерному размеру поперечного сечения, что позволяет рассматривать конструкцию как плиту или балку, а не как объемное тело произвольной конфигурации;
- напряженное состояние близкое к предельному, так как в ином случае декомпозиция НДС на усилия в бетоне и арматуре не будет точной.

Изложенный подход мы будем называть классической теорией железобетона.

Перспективной альтернативой ему является объемное композиционное моделирование железобетона с воспроизведением бетона и арматуры как самостоятельных материалов с учетом их реальных физико-механических свойств и взаимного расположения в пространстве. Главное преимущество такого подхода заключается в его универсальности, т.е. в возможности расчета железобетонной конструкции произвольной конфигурации с любой схемой армирования в условиях любого НДС.

Инженерные полуэмпирические формулы нормативных документов в рамках объемного композиционного моделирования железобетона не используются, так как все параметры НДС (напряжения в бетоне, напряжения в арматуре, прогиб, ширина раскрытия трещин) определяются явно в результате численного моделирования.

Расчет НДС в рамках МКЭ основан на обобщенном законе Гука, который устанавливает взаимосвязь нормальных σ и касательных τ напряжений, линейных ε и сдвиговых γ относительных деформаций:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}; \quad (3)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \times \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

где $\{\sigma\}$ — вектор напряжений; $[D]$ — матрица жесткости; $\{\varepsilon\}$ — вектор относительных деформаций.

Каждый элемент матрицы жесткости D_{ij} характеризует напряжение, возникающее в i -ном направлении от деформации в j -ном направлении, здесь i и j , соответственно, — индексы строк и столбцов, соответствующие индексам членов столбцов $\{\sigma\}$ и $\{\varepsilon\}$.

В рамках статических расчетов разрешающее уравнение МКЭ представляют собой уравнение статического равновесия:

$$\{F\} = [K]\{u\}, \quad (5)$$

где $\{F\}$ — глобальный вектор нагрузки; $[K]$ — глобальная матрица жесткости; $\{u\}$ — глобальный вектор перемещений.

Глобальная матрица жесткости получается объединением локальных матриц жесткости каждого КЭ. Общее количество строк равно количеству узловых степеней свободы конечно-элементной модели. Благодаря приложению граничных условий (нагрузок и опорных закреплений) некоторые члены становятся известными, что позволяет вычислить неизвестные члены путем решения системы линейных алгебраических уравнений.

В общем случае разрешающее уравнение МКЭ усложняется и представляет собой уравнение движения:

$$\{F\} = [M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\}, \quad (6)$$

где $[M]$ — матрица масс; $\{\ddot{u}\}$ — вектор узловых перемещений; $[C]$ — матрица демпфирования; $\{\dot{u}\}$ — вектор узловых скоростей.

Ключевым инструментом для повышения точности расчетов является учет нелинейности (рис. 3).

Физическая нелинейность — это учет зависимости характера деформирования материала от величины напряжений, например, способности ар-

Рис. 3. Анализ нелинейности

Fig. 3. Nonlinearity analysis

матуры к пластическим деформациям, а бетона — к трещинообразованию и ползучести.

Геометрическая нелинейность — учет влияния деформации модели на пространственное распределение сил, например, на эксцентриситет приложения нагрузки или длину пролета.

Конструктивная нелинейность — это учет изменения расчетной схемы в зависимости от условий нагружения, например, замыкание и размыкание контакта.

Генетическая нелинейность — учет поэтапного изменения расчетной схемы путем активации и деактивации КЭ.

С вычислительной точки зрения учет нелинейности представляет собой модификацию матриц $[K]$, $[C]$, $[M]$, происходящую автоматически в зависимости от значений $\{F\}$, $\{u\}$, $\{\dot{u}\}$, $\{\ddot{u}\}$.

Изложенные принципы МКЭ носят универсальный характер. Однако возможность их реализации зависит от топологии конечно-элементной

модели. Напряженное состояние, представленное объемными (SOLID) и изгибаемыми пластинчатыми (SHELL) КЭ схематично представлено на рис. 4.

В объемном КЭ (SOLID) каждая точка интегрирования воспроизводит элементарный объем с полным тензором напряжений.

В пластинчатом КЭ (SHELL) каждая точка интегрирования воспроизводит объем с определенным размером в направлении Z , равным толщине плиты. На гранях плиты в плоскости XOY нормальные и касательные напряжения отсутствуют. Напряжения σ_x и σ_y распределяются по толщине плиты по линейной эпюре и достигают на гранях плиты экстремальных значений. Напряжения τ_{yz} и τ_{xz} распределяются по толщине плиты по параболической эпюре и достигают на гранях плиты нулевых значений.

Таким образом, объемные КЭ позволяют воспроизвести напряженное состояние наиболее подробно (по сравнению с пластинчатыми, а также балочными КЭ). Следовательно, объемное компо-

Рис. 4. Схема напряженного состояния для объемных (SOLID) и пластинчатых (SHELL) КЭ

Fig. 4. Stress state diagram for solid and shell finite elements

зиционное моделирование железобетона предоставляет наибольшие возможности по учету всевозможных проявлений нелинейности.

Например, рассмотрим образование трещины в плоскости YOZ , перпендикулярной оси X , как показано на рис. 4, а. Образование трещины можно интерпретировать как прекращение влияния напряжений σ_y и σ_z на напряжение σ_x с одновременной релаксацией напряжения σ_x и понижением касательных напряжений τ_{xy} и τ_{xz} (в зависимости от шероховатости трещины). Матрица жесткости приобретает вид:

$$[D]_{crack.YOZ} \sim \begin{bmatrix} \rightarrow 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где « $\rightarrow 0$ » — член матрицы, характеризующей релаксацию напряжений σ_x ; « $\dots$ » — ненулевые члены матрицы, требующие преобразований в рамках применимой нелинейной модели железобетона [16]; « x » — член матрицы, не требующий преобразований.

В частности, подобные преобразования матрицы жесткости реализованы в КЭ типа SOLID65 программного комплекса ANSYS. Указанный КЭ основан на критерии прочности бетона Willam-Warnke [17] и позволяет учитывать до трех направлений армирования. Арматура представляется равномерно распределенной по объему КЭ. Поэтому для моделирования основной продольной рабочей арматуры плит поверхностный слой КЭ должен располагаться по оси арматурных стержней и иметь размер, равный удвоенному защитному слою бетона (считая от центра тяжести арматурного стержня). SOLID65, по-видимому, является наиболее известным и широко применяемым инструментом объемного композиционного моделирования железобетона для решения широкого круга практических задач [18–22].

В настоящее время расширяется применение универсальных КЭ армирования, которые позволяют гибко позиционировать арматуру внутри объемного КЭ бетона. Это расширяет возможности по разработке эффективных сеточных аппроксимаций железобетонных конструкций.

Топология конечно-элементной модели выбирается в соответствии с задачами расчета и принятой расчетной схемой. Рассмотрим основные подходы в рамках объемного композиционного моделирования железобетона.

1. Арматура и бетон воспроизводятся совместно (одним КЭ, либо несколькими геометрически

совпадающими КЭ, когда один КЭ воспроизводит бетон, а остальные — арматуру в нем, возможно из различных материалов и с различной пространственной ориентацией):

а) армирование равномерно распределяется по объему КЭ. Схема армирования воспроизводится путем сочетания объемных КЭ с разными процентами армирования при условии точного назначения размеров КЭ. Изменение схемы армирования требует переработки сетки КЭ;

б) армирование произвольно позиционируется в объемном КЭ. Изменение схемы армирования не требует переработки сетки КЭ.

2. Арматура и бетон воспроизводятся отдельно непересекающимися объемными КЭ, т.е. внутри объема бетона расположены полости, которые заполнены арматурой. Изменение схемы армирования требует переработки сетки КЭ:

а) арматура моделируется упрощенно, вплоть до прямоугольной формы поперечного сечения, воспроизводимой одним объемным КЭ;

б) арматура моделируется детально, вплоть до учета периодического профиля арматуры и воспроизведения контакта «бетон — сталь» с возможностью проскальзывания арматуры.

3. Арматура и бетон воспроизводятся отдельно пересекающимися КЭ, причем бетон воспроизводится объемными КЭ, а арматура — стержневыми безмоментными (LINK), изгибаемыми балочными (BEAM), оболочечными безмоментными или изгибаемыми пластинчатыми (SHELL) КЭ. Изменение армирования не требует полной переработки сетки КЭ, так как сеточная аппроксимация армирования и бетона не зависят друг от друга. Сопряжение арматуры с бетоном выполняется посредством назначения связей степеней свободы по перемещениям узлов КЭ бетона и КЭ арматуры.

С точки зрения практических инженерных расчетов наиболее предпочтительны варианты 1 б и 3, которые позволяют изменять схему армирования без переработки сетки КЭ, что дает возможность с достаточной эффективностью выполнять расчеты оптимизационной направленности.

В целом, композиционное моделирование железобетона целесообразно применять для расчетного обоснования конструкций, которые по тем или иным причинам выходят за границы применимости полумпирических инженерных методик:

- поверочные расчеты действительной работы конструкции при любых видах непроектного НДС;
- расчеты усиления, в том числе накладным армированием;
- расчеты конструкций с внутренними полостями, например, от закладных воздухопроводов в плоских плитах перекрытия;

- расчеты конструкций с неметаллическим армированием с нестандартными физико-механическими характеристиками;
- расчеты любых конструкций нестандартной конфигурации.

Рабочий шов бетонирования представляет собой несовершенство конструкции в виде слоя разуплотнения бетона, в котором понижены прочностные и деформационные характеристики. Этот слой в сжатой зоне бетона на начальном этапе работы конструкции вызывает дополнительные деформации, аналогичные закрытию шва, которые приводят к увеличению прогиба конструкции. В рамках композиционного моделирования бетона рабочий шов бетонирования может быть рассмотрен как предварительно открытый шов, закрытие которого под нагрузкой приводит к дополнительной деформации в сжатую зону бетона и соответствующий дополнительный прогиб конструкции. Указанное несовершенство в конечно-элементной модели может быть воспроизведено введением контактного КЭ с предварительным раскрытием, где ширина раскрытия является параметром КЭ и может подбираться по натурным данным без переработки сетки КЭ.

Продольная арматура пересекает рабочий шов бетонирования без ослабления, что может быть воспроизведено путем моделирования арматуры безмоментными стержневыми КЭ (LINK), проходящими насквозь объемных и контактных КЭ. Переход арматуры через шов оптимально выполнить одним

КЭ, у которого концы расположены по обе стороны шва. Данный прием моделирования соответствует рассмотренному выше варианту 3.

Поперечную арматуру, при ее наличии, целесообразно воспроизвести совместно с бетоном армирующими КЭ. В зависимости от равномерности распределения поперечной арматуры по схеме армирования, поперечная арматура может рассматриваться равномерно распределенной по площади плиты, либо позиционироваться точно. Данный прием моделирования соответствует рассмотренному выше варианту 1 б.

Принципиальная схема соответствующей конечно-элементной аппроксимации плиты перекрытия представлена на рис. 5.

Практическим затруднением при внедрении объемного композиционного моделирования железобетона служит ограниченность исходных данных по физико-механическим характеристикам бетона для нелинейного моделирования, закрепленных в нормативно-технической литературе.

Имеющиеся данные в СП 63.13330.2012 и СП 52-103-2007 ориентированы на применение классической теории железобетона по расчету плит и балок в сочетании с инженерными подходами к учету нелинейности, заключающимися в понижении эффективного модуля деформации железобетона в соответствии с диаграммами состояния бетона и в соответствии с коэффициентом ползучести бетона. При использовании современных расчетных

Рис. 5. Принципиальная схема конечно-элементной аппроксимации монолитной железобетонной плиты перекрытия со строительным швом

Fig. 5. Schematic of finite element mesh of a monolithic reinforced concrete floor slab with a construction joint

программ это позволяет в конечно-элементных моделях из пластинчатых и балочных КЭ скорректировать жесткость индивидуально в каждом КЭ с построением соответствующих изополей или эпюр жесткости [23, 24]. При этом с точки зрения МКЭ окончательная расчетная схема продолжает оставаться линейной с уточненными для каждого КЭ эффективными модулями деформации железобетона.

Объемное композиционное моделирование железобетона основано на применении универсальной нелинейной модели материала, которая предполагает построение поверхности текучести (в общем случае также и поверхности нагружения с учетом упрочнения материала) в пространстве главных напряжений, представляющей состояние материала при любом сочетании компонентов тензора напряжений и деформаций. Для этого необходимы дополнительные данные, отсутствующие в нормативных документах, например, прочность бетона при плоском (двухосном) напряженном состоянии, а также дилатансия бетона при сжатии и растяжении.

Практические реализации моделей бетона в универсальных программно-вычислительных комплексах численного моделирования, как правило, предусматривают возможность учета минимального объема исходных данных, принимая остальные данные автоматически по умолчанию. Например, в упомянутом выше КЭ типа SOLID65 по умолчанию принята прочность бетона на двухосное сжатие на 20 % выше прочности на одноосное сжатие. Ввиду того, что объемное композиционное модели-

рование железобетона применяется, как правило, к нестандартным условиям работы конструкций, исходные данные, принимаемые автоматически, требуют контроля на предмет соответствия фактически рассматриваемому НДС. Также при использовании зарубежных программ и методик требуют учета различия в порядке назначения нормативной прочности бетона в разных странах, взаимосвязанной со стандартизированной методикой испытания образцов разных форм и размеров.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В результате исполнительных геодезических съемок шести этажей были получены прогибы перекрытий в местах расположения рабочих швов. Величины и места прогибов аналогичны по всем этажам. Поэтому для более подробного анализа был принят 10-й этаж, исполнительная схема которого приведена на рис. 6.

В ходе расчета МКЭ был смоделирован участок плиты 10-го этажа на трех этапах возведения в соответствии с современной практикой выполнения массовых расчетов с применением инженерных методов учета нелинейности.

1. Начальный этап по устройству плиты на одной захватке, при этом характерная схема статической работы плиты — опирание по трем сторонам.
2. Доливка плиты до проектных габаритов, при этом характерная схема статической работы плиты — опирание по четырем сторонам.

Рис. 6. Схема к определению прогибов бетона в местах устройства рабочего шва (10-й этаж)

Fig. 6. Diagram for determination of concrete deflections at the places of construction joint (10th floor)

Табл. 1. Результаты расчета деформаций в зоне рабочего шва

Table 1. Calculation results of deformations in construction joint.

Номер этапа / Stage number	Описание / Description	Прочность бетона относительно проектной, % / Concrete strength relative to design strength, %	Значение понижающего коэффициента к модулю деформации бетона / Value of reduction coefficient to concrete modulus of deformation	Вертикальное перемещение в контрольной точке, мм / Vertical displacement at check point, mm					
				1	2	3	4	5	6
	Фактические замеры деформаций / Actual deformation measurements			15	28	22	18	22	18
1	Начальный этап / Initial stage	70	0,118	0,59	19,76	4,89	0,74	1,32	0,30
2	Доливка плиты до проектных габаритов / Slab pouring up to design size	70	0,354	0,37	1,42	0,65	1,15	1,27	0,39
3	Нагружение плиты полезной нормативной нагрузкой / Slab loading with normative useful load	100	0,203	0,21	1,75	0,59	0,63	0,77	0,18
Суммарные деформации с учетом образования рабочего шва / Total deformation subject to construction joint formation				1,17	22,93	6,13	2,52	3,36	0,87
	Расчет без учета поэтапности возведения / Calculation without taking erection stages into account	100	0,203	0,86	7,02	1,95	2,97	3,09	0,74

3. Нагружение плиты полезной нормативной нагрузкой после набора прочности.

Для первого и второго этапа принимались пониженные значения прочности бетона и модуля деформации, тем самым учитывалось указание СП 70.13330.2012 о минимальной прочности бетона при распалубке ненагруженных плит. На каждом этапе расчета определялся понижающий коэффициент к модулю деформации бетона, учитывающий свойства бетона под нагрузкой, а также наличие трещин в готовой конструкции и фактическое армирование.

В ходе расчетов анализировались деформации в контрольных точках зоны рабочего шва. Результаты расчета представлены в табл. 1.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Проанализировав результаты, приведенные в табл. 1, можно отметить следующее:

1. Фактические прогибы превышают расчетные прогибы, полученные без учета поэтапности возведения. При этом в точке максимального прогиба фактические прогибы превышают расчетные в 4 раза.

2. Фактические прогибы превышают расчетные прогибы, полученные с учетом поэтапности возведения. При этом в точке максимального прогиба фактические деформации превышают расчетные в 1,3 раза.

3. Расчетные прогибы, полученные с учетом поэтапности возведения, значительно ближе к фактическим прогибам.

Из вышесказанного следует предположить, что на практике отличие расчетного прогиба железобетонной конструкции от фактического обусловлено неточным соответствием расчетной схемы (математической модели) реальной железобетонной конструкции, условиям ее возведения и эксплуатации.

Важно подчеркнуть, что прогиб горизонтальных железобетонных конструкций является только одним из параметров НДС, который наилучшим образом поддается измерению. Прогиб, т.е. разность вертикальных перемещений конструкции в пролете и на опорах, взаимосвязан с другими параметрами НДС, такими как: напряжения в бетоне и в арматуре, относительные деформации бетона и арматуры, ширина раскрытия трещин. Таким образом, если фактический прогиб железобетонной конструкции не соответствует расчетному прогнозу, то и остальные параметры НДС также будут отличаться от расчетного прогноза, хотя это обычно не фиксируется в ходе строительства, так как натурные измерения соответствующих параметров НДС не производятся.

Любой расчет оперирует математической моделью, которая является идеализированным отражением реальной строительной конструкции. На практике часто применяются математические модели с ограниченным учетом нелинейности или полностью линейные математические модели. В линейной модели работает принцип суперпозиции (независимости действия сил), что является исключительно важным практическим преимуществом линейных моделей. Это позволяет комбинировать результаты проведенных статических расчетов на разные нагрузки, генерируя результаты для сочетаний этих нагрузок без решения уравнения МКЭ (3) для каждого нового сочетания.

В линейной модели деформации прямо пропорциональны нагрузкам, прочность материала бесконечна, перемещения, деформации и напряжения не ограничены. Линейные модели не воспроизводят пределы работы конструкции, т.е. позволяют получить в расчете НДС, которого не может быть в действительности (оценка работоспособности конструкции производится аналитически по инженерным критериям, таким как расчетные сопротивления материалов, допустимые прогибы конструкции, адекватность требуемого армирования).

Вышеизложенные факты убедительно показывают, что наиболее значительные отличия прогнозного и фактического НДС накапливаются на стадии снятия опалубки до ввода конструкции в эксплуатацию. Таким образом, значительное влияние на последующее НДС при эксплуатации конструкции оказывают условия возведения конструкции с введением несовершенств в виде рабочих швов бетонирования, а также условия нагружения конструкции до набора проектной прочности собственным весом и временными нагрузками технологического характера при частичном снятии опалубки с перераспре-

делением нагрузки на стойки переопирания, и далее при полном снятии опалубки.

В расчетном отношении эти процессы представляют собой поэтапность возведения и нагружения конструкции, скоординированную с набором прочности бетона. Это характеризует генетическую нелинейность работы плиты перекрытия.

Рабочий шов бетонирования представляет собой несовершенство конструкции, которая может быть показана как способность сжатой зоны бетона к ограниченному приращению деформаций на начальном этапе нагружения, что можно интерпретировать как закрытие некоторой трещины до начала восприятия бетоном сжатия. Таким образом, по мере роста нагрузки происходит изменение схемы работы, что характеризует конструктивную нелинейность работы плиты перекрытия.

Деформация конструкции приводит к изменению расстояний между узлами приложения нагрузок и опорных закреплений, к изменению характерных пролетов, длин и эксцентриситетов. Это характеризует геометрическую нелинейность. Применительно к плитам перекрытия гражданских зданий влияние геометрической нелинейности следует ожидать от влияния других конструкций в рамках расчета несущей системы здания в целом.

Нелинейная взаимосвязь напряжений и деформаций представляет собой физическую нелинейность. Характер физически нелинейной работы материалов, из которых изготавливается железобетон (бетон, стальная арматура, неметаллическая арматура), различается, что требует применения различных математических моделей материалов, что может быть учтено в рамках объемного композиционного моделирования железобетона. Инженерным подходом является учет пониженного эффективного модуля упругости железобетона, что применяется в рамках классического моделирования железобетона пластинчатыми и балочными КЭ.

Инженерные подходы к учету нелинейности ограниченно позволяют учитывать совместно различные виды нелинейности. Например, конструктивная нелинейность может учитываться посредством понижения эффективного модуля деформации железобетона, т.е. методами учета физической нелинейности. При этом полагается, что распределение внутренних усилий в элементах несущей системы здания зависит, в основном, не от величины, а от соотношения жесткостей этих элементов. Соответственно точность расчета зависит от репрезентативности принятых соотношений жесткостей в рамках расчета несущей системы здания в целом.

ВЫВОДЫ

1. Устройство вертикальных рабочих швов бетонирования в плитах перекрытия, не предусмотренных изначально в проектной документации, необходимо в силу комплекса организационно-технических причин, которые связаны с ограничениями возможности непрерывной подачи бетона и продолжительности рабочих смен.

2. Местоположение вертикальных рабочих швов бетонирования поддается прогнозированию на основе базовых организационно-технических показателей строительства (количество рабочих смен, количество и производительность кранов и бетононасосов). Поэтому рабочие швы бетонирования могут обосновано назначаться при разработке проектной документации и учитываться при проведении расчетов железобетонных конструкций.

3. Данные натурных наблюдений показывают, что рабочие швы бетонирования в плитах перекрытия, устроенные в соответствии с СП 70.13330.2012, ослабляют монолитность конструкции. Результаты расчетов, проведенных без учета рабочих швов бетонирования, неточно прогнозируют фактическое НДС конструкции.

4. Влияние рабочих швов бетонирования поддается учету при использовании распространенных

расчетных программ, реализующих МКЭ, при явном учете поэтапности возведения конструкции по захваткам, с применением инженерных подходов к учету нелинейности на основе введения понижающих коэффициентов к эффективному модулю упругости железобетона, рассчитанных с учетом степени набора прочности и характерных промежуточных схем работы конструкции в строительный период. Следует учитывать геометрическую нелинейность, особенно при расчете в пространственной постановке полной модели несущей системы здания.

5. Наибольшие возможности по учету всевозможных проявлений нелинейности предоставляет объемное композиционное моделирование железобетона, которое целесообразно применять для расчетов конструкций, которые по тем или иным причинам выходят за границы применимости полумпирических инженерных методик, в частности, для поверочных расчетов и расчетов усиления конструкций, перешедших в непроектное НДС вследствие непроектного раскрытия рабочих швов бетонирования.

6. Целесообразно пополнение нормативно-технической документации исходными данными для объемного композиционного моделирования железобетона, в частности, данными по прочности бетона на двухосное сжатие и дилатансии при сжатии и растяжении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Roy B., Laskar A.I. Cyclic performance of beam-column subassemblies with construction joint in column retrofitted with GFRP // Structures. 2018. Vol. 14. Pp. 290–300. DOI: 10.1016/j.istruc.2018.04.002
2. Коянкин А.А., Белецкая В.И., Гужевская А.И. Влияние шва бетонирования на работу конструкции // Вестник МГСУ. 2014. № 3. С. 76–81. DOI: 10.22227/1997-0935.2014.3.76-81
3. Gerges N.N., Issa C.A., Fawaz S. The effect of construction joints on the flexural bending capacity of singly reinforced beams // Case Studies in Construction Materials. 2016. Vol. 5. Pp. 112–123. DOI: 10.1016/j.cscm.2016.09.004
4. Gerges N.N., Issa C.A., Fawaz S. Effect of construction joints on the splitting tensile strength of concrete // Case Studies in Construction Materials. 2015. Vol. 3. Pp. 83–91. DOI: 10.1016/j.cscm.2015.07.001
5. Issa C.A., Gerges N.N., Fawaz S. The effect of concrete vertical construction joints on the modulus of rupture // Case Studies in Construction Materials. 2014. Vol. 1. Pp. 25–32. DOI: 10.1016/j.cscm.2013.12.001
6. Jang H.-O., Lee H.-S., Cho K., Kim J. Experimental study on shear performance of plain construction joints integrated with ultra-high performance con-

crete (UHPC) // Construction and Building Materials. 2017. Vol. 152. Pp. 16–23. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.06.156

7. Смоляго Г.А., Крючков А.А., Дронова А.В., Дрокин С.В. Результаты экспериментальных исследований несущей способности, трещиностойкости и деформативности сборно-монолитных и монолитных перекрытий // Известия Юго-Западного государственного университета. 2011. № 5–2 (38). С. 105а–109.

8. Шпилевская Н.Л., Шведов А.П. Особенности нормативного обеспечения для проектирования организации и производства работ по устройству рабочих швов бетонирования // Архитектурно-строительный комплекс: проблемы, перспективы, инновации : сб. ст. междунар. науч. конф., посвящ. 50-летию Полоцкого государственного университета, Новополоцк, 05–06 апреля 2018 г. Новополоцк, 2018. С. 311–315.

9. Шведов А.П., Шпилевская Н.Л. Разработка организационно-технологической документации на бетонирование массивных фундаментных плит // Вестник Полоцкого государственного университета. 2018. № 8. С. 49–55.

10. Zhou W., Choi P., Saraf S., Ryu S.W., Won M.C. Premature distresses at transverse construction joints (TCJs) in continuously reinforced concrete pavements // *Construction and Building Materials*. 2014. Vol. 55. Pp. 212–219. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2014.01.042

11. Yang K.-H., Mun J.-H., Hwang Y.-H., Song J.-K. Cyclic tests on slip resistance of squat heavyweight concrete shear walls with construction joints // *Engineering Structures*. 2017. Vol. 141. Pp. 596–606. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.03.054

12. Пикин Д.Ю., Кондрашкова В.А. Исследование различных подходов к определению относительных деформаций железобетонных конструкций // Молодежь и XXI век : мат. VI Междунар. мол. науч. конф., Курск, 25–26 февраля 2016. В 4-х т. / отв. ред. А.А. Горохов. Курск : Университетская книга, 2016. Т. 3. С. 289–293.

13. Манахов П.В., Федосеев О.Б. Об альтернативном методе вычисления накопленной пластической деформации в пластических задачах с использованием метода конечных элементов // *Вестник Самарского университета. Естественная серия*. 2008. № 3 (62). С. 262–271.

14. Pradhan K.K., Chakraverty S. Finite element method. Computational structural mechanics. Academic Press, 2019. Pp. 25–28. DOI: 10.1016/B978-0-12-815492-2.00010-1

15. Антипов И.В., Балагуров А.В. Аналитическое решение задачи формирования матрицы жесткости элемента в методе конечных элементов // *Труды РАНИМИ*. 2016. № 1 (16). С. 146–156.

16. Raveendra Babua R., Gurmail S. Benipala, Arbind K. Singhb. Constitutive modelling of concrete: an overview // *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*. 2005. Vol. 6. No. 4. Pp. 211–246.

17. Willam K.J., Warnke E.D. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete // *Proceedings, International Association for Bridge and Structural Engineering*. 1975. Vol. 19. Pp. 1–30.

18. Залесов А.С., Пащанин А.А. Расчет прочности железобетонных балок с использованием

объемных конечных элементов в развитие норм по проектированию железобетонных конструкций // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2011. № 4. С. 66–71.

19. Пискунов А.А., Зиннуров Т.А., Бережной Д.В., Умаров Б.Ш., Вольтер А.Р. О результатах экспериментального и численного исследований напряженно-деформированного состояния бетонных конструкций, армированных предварительно напряженными полимеркомпозитными стержнями // *Транспортные сооружения*. 2018. № 2 (5). С. 1–18. DOI: 10.15862/02SATS218

20. Ширко А.В., Камлюк А.Н., Полевода И.И., Зайнудинова Н.В. Прочностной расчет железобетонных плит при пожаре с использованием программной среды ANSYS // *Вестник Командно-инженерного института МЧС Республики Беларусь*. 2014. № 1 (19). С. 48–58.

21. Радайкин О.В., Шарафутдинов Л.А. К оценке прочности, жесткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов, усиленных сталефибробетонной «рубашкой», на основе компьютерного моделирования в ПК «ANSYS» // *Известия КГАСУ*. 2017. № 1 (39). С. 111–120.

22. Михуб А., Польской П.П., Маляян Д.Р., Блягоз А.М. Сопоставление опытной и теоретической прочности железобетонных балок, усиленных композитными материалами, с использованием разных методов расчета // *Новые технологии*. 2012. Вып. 4. С. 101–110.

23. Городецкий А.С., Барабаш М.С. Учет нелинейной работы железобетона в ПК Лири-САПР. Метод «инженерная нелинейность» // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2016. Т. 12. № 2. С. 92–98.

24. Иванова Е.И., Котов А.А. Жесткость железобетонных балок в конечно-элементных расчетных моделях каркасных сооружений // *Современное строительство и архитектура*. 2019. № 1 (13). С. 19–25. DOI: 10.18454/mca.2019.13.4

Поступила в редакцию 29 марта 2019 г.

Принята в доработанном виде 19 апреля 2019 г.

Одобрена для публикации 29 августа 2019 г.

ОБ АВТОРАХ: Андрей Викторович Дейнеко — кандидат технических наук, заместитель директора по научно-технической работе; Группа компаний «Спектрум»; 105005, г. Москва, наб. Академика Туполева, д. 15, корп. 29; Deineko@spgr.ru;

Валентина Александровна Курочкина — кандидат технических наук, доцент кафедры инженерных изысканий и геоэкологии; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; Kurochkina@mgsu.ru;

Ирина Юрьевна Яковлева — старший преподаватель кафедры инженерных изысканий и геоэкологии; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; YakovlevaIYU@mgsu.ru;

Александр Николаевич Старостин — руководитель архитектурно-строительной группы; Группа компаний «Спектрум»; 199178, г. Санкт-Петербург, 7-я линия Васильевского острова, д. 76, литер «А»; Starostin@spgr.ru.

REFERENCES

1. Roy B., Laskar A.I. Cyclic performance of beam-column subassemblies with construction joint in column retrofitted with GFRP. *Structures*. 2018; 14:290-300. DOI: 10.1016/j.istruc.2018.04.002
2. Koyankin A.A., Beletskaya V.I., Guzhevskaya A.I. The influence of concrete joints on the structural behavior. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2014; 3:76-81. DOI: 10.22227/1997-0935.2014.3.76-81 (rus.).
3. Gerges N.N., Issa C.A., Fawaz S. The effect of construction joints on the flexural bending capacity of singly reinforced beams. *Case Studies in Construction Materials*. 2016; 5:112-123. DOI: 10.1016/j.cscm.2016.09.004
4. Gergesa N.N., Issab C.A., Fawaz S. Effect of construction joints on the splitting tensile strength of concrete. *Case Studies in Construction Materials*. 2015; 3:83-91 DOI: 10.1016/j.cscm.2015.07.001
5. Issa C.A., Gergesb N.N., Fawaz S. The effect of concrete vertical con-struction joints on the modulus of rupture. *Case Studies in Construction Materials*. 2014; 1:25-32. DOI: 10.1016/j.cscm.2013.12.001
6. Jang H.-O., Lee H.-S., Cho K., Kim J. Experimental study on shear performance of plain construction joints integrated with ultra-high performance concrete (UHPC). *Construction and Building Materials*. 2017; 152:16-23. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.06.156
7. Smoljago G.A., Krjuchkov A.A., Dronova A.V., Drokin C.V. Results of the experi-mental studies of bearing capacity, crac resistance and deformability of the precast-monolithic and monolithic overlaps. *News of Southwest State University*. 2011; 5-2(38):105a-109. (rus.).
8. Shpilevskaya N.L., Shvedov A.P. Peculiarities of normative support for designing organiza-tion and production of works by working sewing device concret-ing. *Electronic collection of articles: problems, prospects, innovations of the international scientific conference dedicated to the 50th anniversary of Polotsk State University Novopolotsk, Novopolotsk, April 05–06, 2018*. Novopolotsk, 2018; 311-315. (rus.).
9. Shvedau A., Shpilevskaya N. Development of organizational-technological documentation on concret-ing of massive fundamental slabs. *Vestnik of Polotsk State University*. 2018; 8:49-55. (rus.).
10. Zhou W., Choi P., Saraf S., Ryu S.W., Won M.C. Premature distresses at transverse construction joints (TCJs) in continuously reinforced concrete pavements. *Construction and Building Materials*. 2014; 55:212-219. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2014.01.042
11. Yang K.-H., Mun J.-H., Hwang Y.-H., Song J.-K. Cyclic tests on slip resistance of squat heavy-weight concrete shear walls with construction joints. *Engineering Structures*. 2017; 141:596-606. DOI: 10.1016/j.engstruct.2017.03.054
12. Pikin D.Y., Kondrashkova V.A. The study of various approaches to the determination of the relative deformations of reinforced concrete structures. *Youth and XXI century : materials of the VI International Youth Scientific Conference, Kursk, 25–26 February 2016*. In 4 volumes / ed. Gorokhov A.A. Kursk, University Book, 2016; 3:289-293. (rus.).
13. Manakhov P.V., Fedoseev O.B. On an alternative method of calculating the accumulated plastic strain in plastic problems using the finite element method. *Bulletin of the Samara University. Natural Science Series*. 2008; 3(62):262-271. (rus.).
14. Pradhan K.K., Chakraverty S. *Finite element method. Computational structural mechanics*. Academic Press Publ., 2019; 25-28. DOI: 10.1016/B978-0-12-815492-2.00010-1
15. Antipov I.V., Balagurov A.V. Analytical solution of the problem for generation of element stiffness matrix in FE-analysis. *Proceedings of Republican Academic Research and Design Institute of Mining Geology, Geomechanics, Geophysics and Surveying*. 2016; 1(16):146-156. (rus.).
16. Raveendra Babua R., Gurmail S. Benipala, Arbind K. Singhb. Constitutive modelling of concrete: an overview. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*. 2005; 6(4):211-246.
17. Willam K.J., Warnke E.D. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. *Proceedings International Association for Bridge and Structural Engineering*. 1975; 19:1-30.
18. Zalesov A.S., Pashchanin A.A. Strength calculation for ferroconcrete beams using volume finite elements within a framework of development of ferroconcrete beams design standards. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2011; 4:66-71. (rus.).
19. Piskunov A.A., Zinnurov T.A., Berezhnoi D.V., Umarov B.Sh., Volter A.R. Experimental and numerical studies of stress-strain state of concrete structures reinforced with polymer-composite reinforcement. *Russian journal of transport engineering*. 2018; 2(5):1-18. DOI: 10.15862/02SATS218 (rus.).

20. Shirko A.V., Kamlyuk A.N., Polevoda I.I., Zainudinova N.V. Strength calculation of reinforced concrete slabs in case of fire using ANSYS software environment. *Bulletin of the Command Engineering Institute of the Republic of Belarus*. 2014; 1(19):48-58. (rus.).

21. Radaikin O.V., Sharafutdinov L.A. By evaluating the strength, hardness and fracture toughness of bent reinforced-concrete elements, strengthened concrete of steel fiber “jacket” on the basis of computer modeling in PC “ANSYS”. *News KSUAE*. 2017; 1(39):111-120. (rus.).

22. Mihub A., Polish P.P., Mailyan D.R., Blyagoz A.M. Comparison of experimental and theoretical

strength of reinforced concrete beams strengthened with composite materials using different calculation methods. *New technologies*. 2012; 4:101-110. (rus.).

23. Gorodetsky A.S., Barabash M.S. Nonlinear behavior of reinforced concrete in Lira-SAPR software. Nonlinear engineering method. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2016; 12(2):92-98. (rus.).

24. Ivanova E.I., Kotov A.A. The stiffness of reinforced concrete beams in finite element analysis models of prefabricated buildings. *Modern Construction and Architecture*. 2019; 1(13):19-25. DOI: 10.18454/mca.2019.13.4 (rus.).

Received March 29, 2019.

Adopted in an amended form on April 19, 2019.

Approved for publication on August 29, 2019.

BIONOTES: **Andrei V. Deineko** — Candidate of Technical Sciences, Deputy Director for Science and Technology; **Spectrum Group of Companies**; 15, site 29, Naberezhnaya of Academician Tupolev, Moscow, 105005, Russian Federation; Deineko@spgr.ru;

Valentina A. Kurochkina — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Department of Engineering Survey and Geoecology; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; Kurochkina@mgsu.ru;

Irina Yu. Yakovleva — Senior Lecturer of Department of Engineering Survey and Geoecology; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; YakovlevaIYU@mgsu.ru;

Aleksandr N. Starostin — Head of Architectural and Civil Engineering Group; **Spectrum Group of Companies**; 76, Letter “A”, 7th Line of Vasilievskiy Island, St. Petersburg, 199178, Russian Federation; Starostin@spgr.ru.